

Statyczna analiza braku kontaktu bezстыkowego toru kolejowego z podłożem podsypkowym

Static analysis of the contact loss between the continuously welded rail track and its ballasted foundation



Włodzimierz Bednarek

Dr hab. inż

Politechnika Poznańska, Wydział
Inżynierii Lądowej i Transportu, Instytut
Inżynierii Lądowej

wlodzimierz.bednarek@put.poznan.pl
ORCID: 0000-0002-3693-9621

Streszczenie: W pracy analizie poddano zjawisko braku kontaktu toru kolejowego z podsypką tłuczniową. Na podstawie przeprowadzonych badań w rzeczywistym torze kolejowym (brak podparcia na krótkiej długości równej dwukrotnemu rozstawowi podkładów), wykonano identyfikację parametrów toru i podłoża do obliczeń ugięć i naprężeń w szynie. Opisano metodę identyfikacji parametrów jednoparametrowego i dwuparametrowego podłoża szynowego. W tym celu wykorzystano przeprowadzone zarówno własne badania jak i badania z cytowanych publikacji. Zamieszczono wykresy umożliwiające wykonanie obliczeń teoretycznych dla innych przyjmowanych parametrów (np. siła działająca z koła pojazdu na szynę czy model podłoża stanowiący podparcie toru kolejowego). Wykonane w pracy analizy (w postaci tabel i wykresów), wskazują, że brak kontaktu (nawet na bardzo krótkiej długości), istotnie i niekorzystnie wpływa na zmiany ugięć czy naprężeń w torze kolejowym. Zawarty w pracy tok postępowania można traktować jako algorytm teoretycznych obliczeń i analiz dla krótkiej długości braku kontaktu toru ze współpracującym podłożem.

Słowa kluczowe: Nierówność toru kolejowego; Podkład wiszący; Podkład niepodparty; Ugięcie toru

Abstract: In the paper, a phenomenon of contact loss between a railway track and the ballast is analyzed. Based on tests carried out on a real railway track (no support over a short length equal to twice the sleeper spacing), track and foundation parameters were identified for the calculation of deflections and stresses in the rail. A method for identifying parameters for one-parameter and two-parameter foundation was described. This was achieved using our own research and relevant studies from cited publications. Figures were provided to enable theoretical calculations for other assumed parameters (e.g., the force acting from the vehicle wheel on the rail or the model of the substructure supporting the railway track). The analyses presented in the paper (in the form of tables and figures) indicate that contact loss (even over a very short length) significantly and unfavorably affects changes in deflections and stresses in the railway track. The procedure presented in the paper can be considered as an algorithm for theoretical calculations and analyses for short lengths of contact loss between the track and the interacting foundation.

Keywords: Unevenness of the railway track; Hanging sleeper; Unsupported sleeper; Track deflection

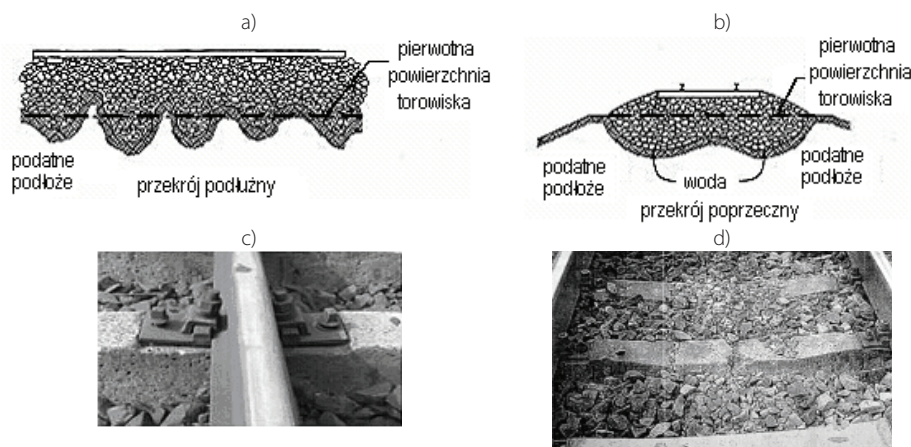
1. Wprowadzenie

Głównym zadaniem toru kolejowego jest bezpieczne przenoszenie sił z szyn na podkład, podsypkę i podtorze kolejowe. Przemieszczeniom szyn i podkładów kolejowych pod działaniem sił podłużnych i poziomych przeciwdziałają opór podsypki oraz tarcie powstające między podsypką a spodem podkładów. Jednocześnie obciążenia pionowe przenoszone z szyny na podkład wywołują reakcję podłoża podsypkowego. Powstające kolejne nierówności w eksploatac-

nym bezстыkowym torze znacząco zmieniają warunki pracy współpracujących elementów toru [1,2,3]. Głównym źródłem deformacji toru jest zmienne podparcie toru na jego długości (np. nierównomierne osiadanie podsypki [4,5,6] lub słabe podtorze). Czynniki te mogą generować całkowitą utratę kontaktu między podkładem a podsypką kolejową (rysunek 1). Stąd w celu utrzymania szyny na podkładach w jednej płaszczyźnie, należy zapewnić regularny i prawidłowy proces podbicia podkładów. Ponadto powstające różnego rodzaju

ju niedoskonałości, zmiany stanu i zużycia poszczególnych elementów (rysunek 1c) oraz naturalne starzenie się elementów znacząco zaburzają warunki pracy całej nawierzchni torowej, prowadząc do obniżenia trwałości eksploatacyjnej. Powstające niedoskonałości (np. wiszące podkłady) oraz wpływ taboru kolejowego (np. imperfekcje na kole pojazdu) są typowym źródłem dodatkowych oddziaływań pojazdów na tor kolejowy (rysunek 1).

Na rysunku 1c i 1d wyraźnie widać typowy ciąg przyczynowo-skutko-



1. Przykłady powstających imperfekcji w nawierzchni torów kolejowych [6,7]

a) koryta podsypkowe (przekrój podłużny) [6]; b) niecki podsypkowe (przekrój poprzeczny) [6]
c) uszkodzenie na powierzchni szyny [7]; d) nieprawidłowe podparcie podkładu w torze [7]

wy przyspieszonej degradacji nawierzchni kolejowej [8] (uszkodzenie szyny powoduje degradację przytwierdzenia i powstające rysy w części podszynowej i środkowej podkładu).

Niejednorodne osiadanie tłucznia powoduje utratę kontaktu między spodem podkładu a tłucznem (powodując „niepodparty podkład” zawieszony pod współpracującą szyną) [7,9]. Stosowane warstwy ziarniste (np. tłuczeń kolejowy i warstwy ochronne) są wrażliwe na dalsze postępujące odkształcenia spowodowane siłami działającymi od pociągów (powodując sukcesywne pogorszenie geometrii toru kolejowego). Podczas dalszej eksploatacji toru kolejowego podkłady stają się coraz bardziej niepodparte lub wiszące [10] (według [11] liczba wiszących podkładów w torze może sięgać nawet 50% wszystkich podkładów). Dodatkowo strefy strat stykowych powodują nierównomierny rozkład nacisku podsypki kolejowej pomiędzy obszarem pustym a w pełni podpartymi obszarami przyległymi [12]. W artykule [12] (na podstawie analiz mechanizmu dynamicznego oddziaływania podkładu na podsypkę w strefie strat stykowych i pomiarze ugięć szyn) stwierdzono, że występują znaczne przyspieszenia uderzenia w tym obszarze nawet dla lekkich, powolnych pojazdów. Zastosowany model (prosty model numeryczny trójbelkowy) pokazuje, że przyspie-

szenia podkładów są ponad 3-krotnie większe niż odpowiadające im przyspieszenia kół. Przeprowadzona analiza obciążenia quasi-statycznego podsypki [12] wykazała ponad dwukrotny wzrost obciążenia podsypki w obszarach sąsiednich (w przypadku utraty kontaktu na długim odcinku) oraz niemal całkowite odciążenie quasi-statyczne w przypadku utraty kontaktu na krótkim odcinku. Do analizy wpływu niepodpartych podkładów na zachowanie dynamiczne toru stosowany jest ulepszony trójwymiarowy model numeryczny toru kolejowego [13]. W takich badaniach pod uwagę brane są następujące parametry: szczelina między podkładem a tłucznem, prędkość pojazdu i liczba podkładów niepodpartych. Stwierdzono, że uwzględnienie sił ściskających podkłady, geometrii podkładów i rzeczywistego założenia dotyczącego kontaktu podkład-tłuczeń znacząco poprawia precyzję wyników z modeli teoretycznych. W artykule [10] przeprowadzono eksperymenty na modelach torów na podsypce w skali 1/5 w celu analizy połączonych efektów podkładów podpartych i niepodpartych. Przeprowadzone testy wyciągania wykazały, że podkłady niepodparte zmniejszają boczny opór tłucznia. Takie analizy, biorąc pod uwagę łączne efekty podparcia podkładów na opór tłucznia, są szczególnie ważne w przypadku rozważań dotyczących wybożenia toru.

W artykule [14] rozpatrywano wpływ podkładów niepodpartych na obciążenie normalne koła/szyny za pomocą symulacji numerycznej. Badania numeryczne wykazały, że szczeliny między podkładami niepodpartymi a tłucznem mają istotny wpływ na obciążenie normalne koła i szyny [7]. Ponadto wyższa prędkość i większy rozmiar szczeliny generują wyższe częstotliwości rezonansowe toru. Wpływ podkładu niepodpartego na charakterystyki nośności pionowej tłucznia kolejowego [15] analizowano za pomocą trójwymiarowego modelu DEM (Discrete Element Method – metoda elementów dyskretnych) [15]. Podczas badań obserwowano zjawisko usuwania cząstek tłucznia stykających się ze spodem podkładu. Uzyskane wyniki wykazały, że zjawisko podkładu niepodpartego znacznie zmniejsza strefę nośności tłucznia poniżej współpracującego podkładu, a także zmniejsza liczbę cząstek tłucznia stykających się. W pracy [16] przedstawiono autorską metodę szacowania sztywności pionowej toru na podstawie zmierzonych pionowych ugięć toru (wynikających z różnych ugięć podkładów o różnym podparciu) pod wpływem statycznego ruchu pojazdu kolejowego wzdłuż rozpatrywanego toru. Pomiary ugięć przeprowadzono na eksploatowanym odcinku toru kolejowego przy przyłożonych statycznych naciskach osi wagonu (100 [kN/oś], 150 [kN/oś] i 200 [kN/oś]). Na podstawie uzyskanych ugięć oszacowano zmiany sztywności pionowej toru (ze średnią wartością: 34,98 [kN/mm] dla 100 [kN/oś], 43,03 [kN/mm] dla 150 [kN/oś] i 49,96 [kN/mm] dla 200 [kN/oś]). Głównym wnioskiem z pracy [16] jest to, że reakcja toru zmienia się pod wpływem różnych nacisków osi. Niepodparte podkłady i tory kolejowe powodują nierównomierne osiadanie nawierzchni kolejowej (postępująca degradacja układu geometrycznego toru), co dodatkowo obniża komfort pasażerów, bezpieczeństwo i zwiększa koszty utrzymania.

W kolejnych punktach artykułu autor przedstawia wyniki uzyskane podczas badań terenowych oraz analizę z wykorzystaniem przeprowadzonych badań terenowych (symulujących zjawisko utraty kontaktu między torem a podkładem z tłuczniem).

2. Identyfikacja parametrów podłoża

2.1. Identyfikacja parametrów podłoża jednoparametrowego

Reakcja toru kolejowego na zróżnicowane ugięcie podkładów wywołane działającymi pionowymi obciążeniami osi jest określana jednym parametrem – sztywnością pionową toru k [kN/mm] lub parametrem U [MPa]. W pracy [16] przedstawiono metodę szacowania sztywności pionowej toru na podstawie zmierzonych pionowych ugięć eksploatowanego toru podczas statycznego ruchu pojazdu kolejowego po rozpatrywanym torze (przy różnych naciskach na oś pojazdu).

Pomiary ugięć [16] wykonano na eksploatowanym odcinku toru kolejowego przy zadanych statycznych naciskach osi wagonu (100 [kN/oś], 150 [kN/oś] i 200 [kN/oś]). Na podstawie uzyskanych ugięć określono zmiany sztywności pionowej toru (średnio: 34,98 [kN/mm] dla 100 [kN/oś], 43,03 [kN/mm] dla 150 [kN/oś] i 49,96 [kN/mm] dla 200 [kN/oś]). Wykorzystując te wartości sformułowano zależność $k(Q)$. Zależność przyłożonej siły i uzyskiwanych ugięć toru wykorzystano do sformułowania wzoru $U(Q)$ (na podstawie ugięć belki (toru) spoczywającej na podłożu jednoparametrowym [7]). Otrzymane zależności parametrów k [kN/mm] i U [MPa] opisano następującymi wzorami:

$$k(Q) = 1,6312 \cdot Q^{0,6174} + 6,9785 \text{ [kN/mm]} \quad (2.1)$$

$$U(Q) = 0,3126 \cdot Q^{0,8216} + 6,5805 \text{ [MPa]} \quad (2.2)$$

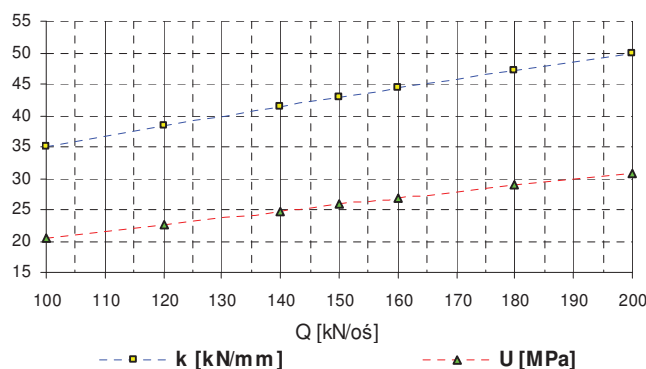
gdzie:

Tab. 1. Zmierzone ugięcia szyny podczas badań terenowych

siły działające od kolejnych osi lokomotywy SM-42 (ugięcie szyny w przekroju nr 2 (rysunek 4a))				
nierówność w torze	$z_1^s(f_0) = 0,8003 \cdot (f_0)^{0,2407} + 2,1288$ - 1 oś	$z_2^s(f_0) = 0,8888 \cdot (f_0)^{0,2669} + 2,1549$ - 2 oś	$z_3^s(f_0) = 0,8822 \cdot (f_0)^{0,3546} + 1,9148$ - 3 oś	$z_4^s(f_0) = 0,9821 \cdot (f_0)^{0,3381} + 1,9594$ - 4 oś
f_0 [mm]	ugięcie szyny w przekroju nr 2 oś nr 1 $z_1^s(f_0)$ [mm]	ugięcie szyny w przekroju nr 2 oś nr 2 $z_2^s(f_0)$ [mm]	ugięcie szyny w przekroju nr 2 oś nr 3 $z_3^s(f_0)$ [mm]	ugięcie szyny w przekroju nr 2 oś nr 4 $z_4^s(f_0)$ [mm]
1	2	3	4	5
0	2,129	2,155	1,915	1,959
1	2,929	3,044	2,797	2,941
2	3,074	3,224	3,043	3,201
3	3,171	3,347	3,217	3,383

Tab. 2. Zmierzone naprężenia w stopce szyny podczas badań terenowych

siły działające od kolejnych osi lokomotywy SM-42 (ugięcie szyny w przekroju nr 2 (rysunek 4a))				
nierówność w torze	$\sigma_1^s(f_0) = 55,836 \cdot e^{0,0076+0,2946 \cdot f_0 - 0,07083 \cdot f_0^2}$ - 1 oś	$\sigma_2^s(f_0) = 58,2589 \cdot e^{0,0037+0,2683 \cdot f_0 - 0,06096 \cdot f_0^2}$ - 2 oś	$\sigma_3^s(f_0) = 60,771 \cdot e^{0,0143+0,1962 \cdot f_0 - 0,0444 \cdot f_0^2}$ - 3 oś	$\sigma_4^s(f_0) = 60,424 \cdot e^{0,01108+0,2326 \cdot f_0 - 0,0537 \cdot f_0^2}$ - 4 oś
f_0 [mm]	naprężenie w stopce szyny [MPa] oś nr 1	naprężenie w stopce szyny [MPa] oś nr 2	naprężenie w stopce szyny [MPa] oś nr 3	naprężenie w stopce szyny [MPa] oś nr 4
1	2	3	4	5
0	56,259	58,474	60,857	61,094
1	70,369	71,948	70,835	73,066
2	76,394	78,366	75,445	78,483
3	71,981	75,558	73,531	75,714



2. Podłoże jednoparametrowe – otrzymane parametry k i U (na podstawie [16])

Q – siła działająca na oś [kN/oś].
Parametry k [kN/mm] i U [MPa] przedstawiono na rysunku 2.

Otrzymane zależności zostaną z wykorzystaniem podczas obliczeń teoretycznych (punkt 4 pracy).

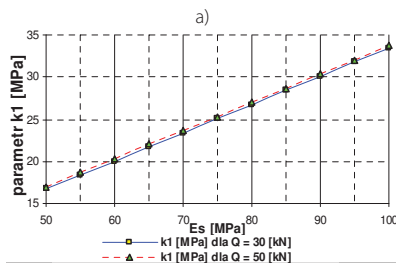
2.2. Identyfikacja parametrów podłoża dwuparametrowego

Do identyfikacji parametrów podłoża dwuparametrowego wykorzystano algorytm obliczeń iteracyjnych zaproponowany w pracach [17,18,19,20];

- wstępne przyjęcie wartości parametru pomocniczego
- obliczenie wartości parametrów: k_1 [MPa] i k_2 [MN]

- określając ugięcia belki na podstawie otrzymanych wartości k_1 i k_2 oblicza się kolejną wartość parametru pomocniczego
- kolejna (nowa) wartość parametru pomocniczego, wykorzystana jest do obliczeń kolejnych (nowych) wartości parametrów k_1 i k_2
- proces obliczeń iteracyjnych kończy się w przypadku, gdy kolejna wartość parametru pomocniczego jest taka sama jak poprzednia jego wartość.

Na rysunku 3 przedstawiono wykresy uwzględniające wpływy modułu odkształcenia gruntu (E_s) i współczynnika Poissona gruntu (ν_s) na parametry podłoża: k_1 [MPa] i k_2 [MN].

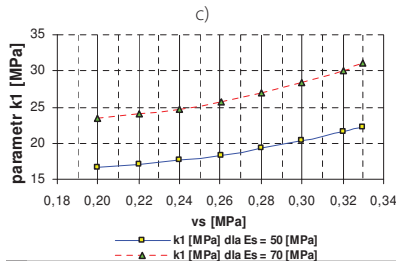


dla $Q=30$ [kN] oraz $\nu_s=0,2$ [-]

$$k_1(E_s)_{\nu_s=0,2} = 0,334 \cdot E_s - 1,905 \cdot 10^{-4}$$

dla $Q=50$ [kN] oraz $\nu_s=0,2$ [-]

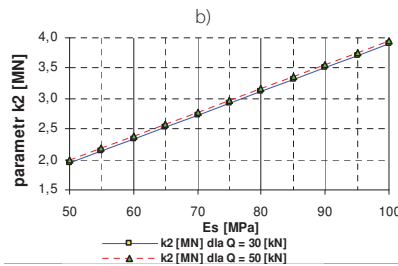
$$k_1(E_s)_{\nu_s=0,2} = 0,334 \cdot E_s + 0,2991$$



dla $Q=30$ [kN]

$$k_1(\nu_s)_{Es=50} = 454,0244 \cdot \nu_s^{3,836} + 15,793$$

$$k_1(\nu_s)_{Es=70} = 635,4804 \cdot \nu_s^{3,836} + 22,110$$

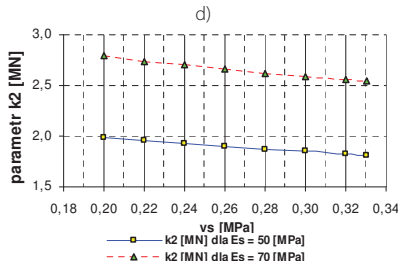


dla $Q=30$ [kN] oraz $\nu_s=0,2$ [-]

$$k_2(E_s)_{\nu_s=0,2} = 0,039 \cdot E_s + 1,047 \cdot 10^{-3}$$

dla $Q=50$ [kN] oraz $\nu_s=0,2$ [-]

$$k_2(E_s)_{\nu_s=0,2} = 0,039 \cdot E_s + 0,051$$



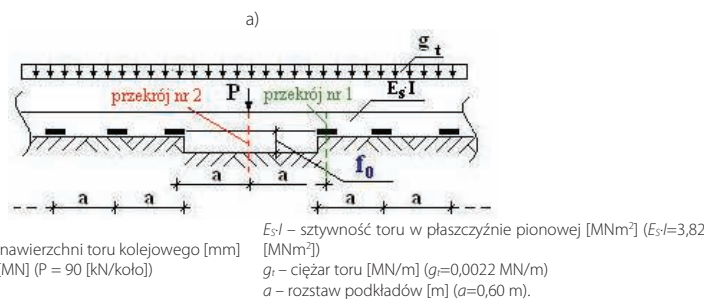
dla $Q=30$ [kN]

$$k_2(\nu_s)_{Es=50} = 3,388 \cdot \nu_s^{-0,091} - 1,933$$

$$k_2(\nu_s)_{Es=70} = 4,751 \cdot \nu_s^{-0,091} - 2,711$$

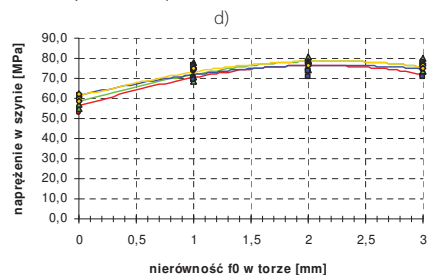
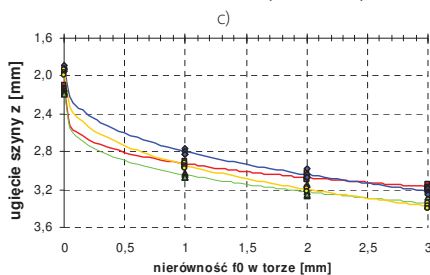
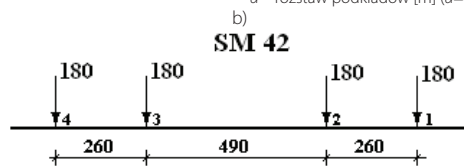
3. Wpływ modułu sprężystości podłoża (E_s) i współczynnika Poissona podłoża (ν_s) na wartości parametrów k_1 i k_2 [obliczenia autora]:

(a) parametr k_1 dla siły przenoszonej z szyny na podkład (belkę): $Q = 30$ [kN] i $Q = 50$ [kN] dla różnych wartości modułu sprężystości podłoża (E_s); (b) parametr k_2 dla siły przenoszonej z szyny na podkład (belkę): $Q = 30$ [kN] i $Q = 50$ [kN] dla różnych wartości modułu sprężystości podłoża (E_s); (c) parametr k_1 dla różnych wartości współczynnika Poissona podłoża (ν_s); (d) parametr k_2 dla różnych wartości współczynnika Poissona podłoża (ν_s)



gdzie:
 f_0 – nierówność wywołana w nawierzchni toru kolejowego [mm]
 P – przyłożona siła statyczna [MN] ($P = 90$ [kN/koło])

E_s – sztywność toru w płaszczyźnie pionowej [MNm⁻¹] (E_s – 3,82 [MNm⁻¹])
 g – ciężar toru [MN/m] ($g = 0,0022$ MN/m)
 a – rozstaw podkładów [m] ($a = 0,60$ m).



— oś nr 1 — oś nr 2 — oś nr 3 — oś nr 4

4. Zmierzone ugięcie podkładu od kolejnych nacisków osi lokomotywy SM-42-448 (badania własne)
(a) schemat nierówności wywołanej w torze kolejowym (schemat autora); (b) schemat obciążenia lokomotywy SM-42-448 (siła [kN/oś]; odległości w [cm]); (c) ugięcie szyny w przekroju nr 2 – siły działające w przekroju nr 2 (kolejne osie lokomotywy); (d) napężenie w szynie w przekroju nr 2 – siły działające w przekroju nr 2 (kolejne osie lokomotywy)

3. Wyniki przeprowadzonych badań terenowych

3.1. Wyniki uzyskane podczas badań terenowych

W torze kolejowym autor wykonał badania (według schematu z rysunek 4) wywołując brak podparcia toru z podsypką (na długości równej dwukrotnemu rozstawowi podkładów). Rysunek 4 i tab. 1 i 2 przedstawiają zmierzone ugięcia szyny i naprężenia w stopce szyny wywołane obciążeniem lokomotywy.

3.2. Identyfikacja parametrów podłoża do obliczeń teoretycznych

3.2.1. Podłoże jednoparametrowe

Na podstawie przeprowadzonych pomiarów (tab. 1), otrzymanych zależności w p. 2.1 pracy (rysunek 2) oraz wyników przeprowadzonych badań [16], można podać następujące wzory dla podłoża jednoparametrowego:

$$k(Q) = 1,632 \cdot Q^{0,6173} + 4,8318 \text{ [kN/mm]} \quad (3.1)$$

$$U(Q) = 0,3129 \cdot Q^{0,8214} + 4,8601 \text{ [MPa]} \quad (3.2)$$

gdzie:

Q – siła działająca na oś [kN/oś].

Na rysunku 5 przedstawiono wykresy zależności parametrów k i U od siły działającej Q .

Na podstawie przeprowadzonych badań (dla 180 [kN/oś]) oraz wykorzystując otrzymane wykresy (rysunek 2 i rysunek 5) uzyskano następujące parametry (podane w tab. 3).

3.2.2. Podłoże dwuparametrowe

Na podstawie wykonanych pomiarów i procedury identyfikacji parametrów podłoża i nawierzchni [7,21,22] oraz zależności otrzymanych w p. 2.2 pracy dla podłoża dwuparametrowego można podać następujące wzory (rysunek 6 i tab. 4).

4. Uzyskane wyniki

Wyniki otrzymanych wartości podczas badań terenowych (rysunek 4c i 4d) pokazano w tab. 5.

Wykorzystując otrzymane parametry dla podłoża, otrzymano następujące wyniki obliczeń teoretycznych metodą elementów skończonych dla belki B-E spoczywającej na sprężystym podłożu jedno- i dwuparametrowym [5,7,22,23,24] zawarte w tab. 6 i 7.

Dla podłoża jednoparametrowego dla $P_{k=0}^{teor} = 90 \text{ [kN]}$ otrzymano maksymalne ugięcie: $z_s^{teor} = 4,513 \text{ [mm]}$ a naprężenie $\sigma_s^{teor} = 90,807 \text{ [MPa]}$, natomiast dla podłoża dwuparametrowego maksymalne ugięcie to: $z_s^{teor} = 4,253 \text{ [mm]}$ oraz naprężenie w stopce szyny $\sigma_s^{teor} = 85,636 \text{ [MPa]}$.

Dla podłoża jednoparametrowego dla $P_{k=0}^{teor} = 100 \text{ [kN]}$ otrzymano maksymalne ugięcie: $z_s^{teor} = 4,898 \text{ [mm]}$ a naprężenie $\sigma_s^{teor} = 101,881 \text{ [MPa]}$, natomiast dla podłoża dwuparametrowego maksymalne ugięcie to: $z_s^{teor} = 4,512 \text{ [mm]}$ oraz naprężenie w stopce szyny $\sigma_s^{teor} = 97,594 \text{ [MPa]}$.

Oznaczenia do tab. 6-10:

z_s^{pom} i z_s^{teor} – zmierzone i teoretyczne ugięcie szyny; $z_s^{k \neq 0}$ – ugięcie szyny od momentu kontaktu toru z podsyPKą

$P_{k=0}$ oraz $P_{k \neq 0}$ – siła koła przenoszona na tor, odpowiednio dla przypadku bez kontaktu toru z podsyPKą (zgodnie z f) i po kontakcie toru z podsyPKą; $P_{k=0}^{teor}$ oraz $P_{k \neq 0}^{teor}$ – teoretyczna siła koła przenoszona na tor, odpowiednio dla przypadku bez kontaktu toru z podsyPKą (zgodnie z nierównością f_0) i po kontakcie toru z podsyPKą

Q_{pom} – zmierzona siła przenoszona na podkład; σ_s^{pom} oraz σ_s^{teor} – naprężenie w obrzeżu szyny (odpowiednio: zmierzone i teoretyczne).

Podobne analizy można wykonać np.

Tab. 3. Uzyskane parametry podłoża jednoparametrowego

180 [kN/oś]	200 [kN/oś]	220 [kN/oś]
$k = 45,095 \text{ [kN/mm]}$ $U = 27,144 \text{ [MPa]}$	$k = 47,809 \text{ [kN/mm]}$ $U = 29,158 \text{ [MPa]}$	$k = 50,416 \text{ [kN/mm]}$ $U = 31,137 \text{ [MPa]}$

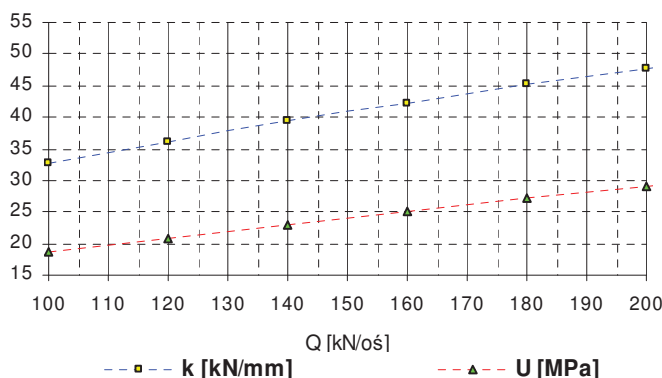
Tab. 4. Uzyskane parametry podłoża dwuparametrowego

180 [kN/oś]	
$k_1 = 25,368 \text{ [MPa]}$ $k_2 = 2,234 \text{ [MN]}$ $k_{spr} = 45,084 \text{ [kN/mm]}$	$E_s = 60,767 \text{ [MPa]}; \nu_s = 0,31 [-]$ $k_1(\nu_s) = 635,874 \cdot \nu_s^{3,837} + 18,256 = 25,368 \text{ [MPa]}$ $k_2(\nu_s) = 2,520 \cdot \nu_s^{-0,157} - 0,795 = 2,234 \text{ [MN]}$
200 [kN/oś]	
$k_1 = 27,188 \text{ [MPa]}$ $k_2 = 2,394 \text{ [MN]}$ $k_{spr} = 47,812 \text{ [kN/mm]}$	$E_s = 65,127 \text{ [MPa]}; \nu_s = 0,31 [-]$ $k_1(\nu_s) = 635,875 \cdot \nu_s^{3,837} + 20,076 = 27,188 \text{ [MPa]}$ $k_2(\nu_s) = 4,113 \cdot \nu_s^{-0,103} - 2,248 = 2,394 \text{ [MN]}$
220 [kN/oś]	
$k_1 = 28,948 \text{ [MPa]}$ $k_2 = 2,549 \text{ [MN]}$ $k_{spr} = 50,402 \text{ [kN/mm]}$	$E_s = 69,343127 \text{ [MPa]}; \nu_s = 0,31 [-]$ $k_1(\nu_s) = 635,874 \cdot \nu_s^{3,837} + 21,836 = 28,948 \text{ [MPa]}$ $k_2(\nu_s) = 4,265 \cdot \nu_s^{-0,100} - 2,246 = 2,549 \text{ [MN]}$

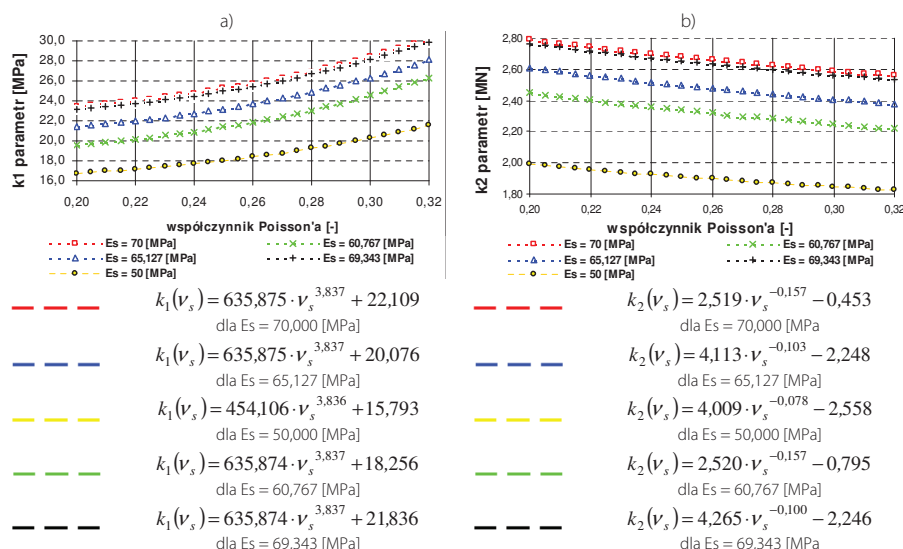
Tab. 5. Wyniki wykonanych badań terenowych dla $P=180 \text{ [kN/oś]}$

nierówność $f_0 \text{ [mm]}$	z_s^{pom} [mm]	$z_s^{k \neq 0}$ $(z_s^{pom} - f_0)$ [mm]	$P_{k=0}$ [kN]	$P_{k \neq 0}$ [kN]	Q_{pom} [kN]	σ_s^{pom} [MPa]
1	2	3	4	5	6	7
0	1,996	-	-	90	45,094	58,474
1	2,887	1,887	16,68	73,32	18,229	71,949
2	3,054	1,054	34,51	55,49	6,810	78,367
3	3,537	0,537	54,19	35,81	2,351	75,561

*) wartość uzyskana podczas jazdy próbnej lokomotywy dla $f_0=0 \text{ [mm]}$ (bez nierówności)



5. Parametry k i U dla podłoża jednoparametrowego (na podstawie przeprowadzonych badań autora)



6. Zależności określonych parametrów $k_1 \text{ [MPa]}$ (a) i $k_2 \text{ [MN]}$ (b)

dla podłoża dwuparametrowego do obliczeń teoretycznych (analiza autora)

Tab. 6. Wyniki obliczeń teoretycznych dla $P=180$ [kN/oś]

podłoże jednoparametrowe $U = 27,144$ [MPa]; $k_{spr} = 45,095$ [kN/mm]						podłoże dwuparametrowe ($E_s = 60,767$ [MPa]) $k_1(v_s) = 635,874 \cdot v_s^{3,837} + 18,256 = 25,368$ [MPa] $k_2(v_s) = 2,520 \cdot v_s^{-0,157} - 0,795 = 2,234$ [MN] $k_{spr} = 45,084$ [kN/mm]			
nierówność w torze f_0 [mm]	z_s^{pom} [mm]	z_s^{teor} [mm]	$P_{k=0}^{teor}$ [kN]	$P_{k \neq 0}^{teor}$ [kN]	σ_s^{teor} [MPa]	z_s^{teor} [mm]	$P_{k=0}^{teor}$ [kN]	$P_{k \neq 0}^{teor}$ [kN]	σ_s^{teor} [MPa]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1,996	1,981	-	90	58,656	1,981	-	90	58,523
1	2,887	2,998	19,542	70,458	71,554	3,022	19,28	70,72	70,091
2	3,054	3,086	39,779	50,221	77,935	3,421	41,05	48,95	78,494
3	3,537	3,653	59,819	30,181	77,038	3,633	62,76	27,24	75,973

Tab. 7. Wyniki obliczeń teoretycznych dla $P=200$ [kN/oś]

podłoże jednoparametrowe $U = 29,158$ [MPa]; $k_{spr} = 47,809$ [kN/mm]						podłoże dwuparametrowe ($E_s = 65,127$ [MPa]) $k_1(v_s) = 635,875 \cdot v_s^{3,837} + 20,076 = 27,188$ [MPa] $k_2(v_s) = 4,113 \cdot v_s^{-0,103} - 2,248 = 2,394$ [MN] $k_{spr} = 47,812$ [kN/mm]				
nierówność w torze f_0 [mm]	z_s^{pom} [mm]	z_s^{teor} [mm]	$P_{k=0}^{teor}$ [kN]	$P_{k \neq 0}^{teor}$ [kN]	σ_s^{teor} [MPa]	z_s^{teor} [mm]	$P_{k=0}^{teor}$ [kN]	$P_{k \neq 0}^{teor}$ [kN]	σ_s^{teor} [MPa]	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
0	1,996	2,081	-	100	64,051	2,087	-	100	63,829	
1	2,887	3,222	18,94	81,06	81,017	3,148	20,41	79,59	79,953	
2	3,054	3,267	39,77	60,23	87,292	3,202	43,07	56,93	85,716	
3	3,537	3,844	60,48	39,52	85,543	3,741	65,76	34,24	85,613	

dla siły $P=220$ [kN/oś], przyjmując następujące parametry podłoża:

- podłoże jednoparametrowe: $U = 31,137$ [MPa] oraz $k_{spr} = 50,416$ [kN/mm]
- podłoże dwuparametrowe: $E_s = 69,343127$ [MPa];

$k_1(v_s) = 635,874 \cdot v_s^{3,837} + 21,836 = 28,948$ [MPa]; $k_2(v_s) = 4,264 \cdot v_s^{-0,100} - 2,246 = 2,549$ [MN], czyli $k_1 = 28,948$ [MPa] i $k_2 = 2,549$ [MN] oraz $k_{spr} = 50,402$ [kN/mm].

5. Dyskusja uzyskanych wyników

Jak wyraźnie widać na rysunku 4 i tab. 5 - 7, powstające w torze kolejowym nierówności f_0 , znacząco zmieniają pracę obciążonych elementów nawierzchni kolejowej. Wpływ braku kontaktu w przekroju poprzecznym szyny jest zauważalny (w uzyskanych wartościach ugięcia przedstawionych na rysunku 4c i tab. 6 i 7). Szczególnie w rozpatrywanym przekroju nr 2 można zaobserwować duży wpływ tych odkształceń na pracę toru. Dla schematu z rysunku 4, przy wywołanej nierówności $f_0 = 3$ [mm], ugięcie szyny wzrasta w porównaniu do pełnego kontaktu toru z podłożem ($f_0=0$ [mm]), dla 1 osi o 48,94%, dla 2 osi o 55,31%, dla 3 osi o 67,98%, a dla 4 osi aż o 72,28%. Konsekwencją utraty kontaktu podkładu z tłuczniem, oprócz zmiany ugięć, jest zmiana

na wartości momentów zginających na długości podkładu (zwłaszcza w odcinku podszynowym i w środku podkładu) [7,13].

Zaproponowaną metodę identyfikacji parametrów podłoża (pkt. 2.1 i 2.2) zastosowano w pracy (pkt. 3.2.1 i 3.2.2). Otrzymane parametry wykorzystano do teoretycznych obliczeń ugięć i naprężeń w szynie MES (pkt. 4 pracy). Można wskazać następujący tok postępowania jako algorytm obliczeń i analiz (dla krótkiej długości braku kontaktu toru ze współpracującym podłożem):

- identyfikacja parametrów podłoża jednoparametrowego (U [MPa] – rysunek 5) i dwuparametrowego podłoża szynowego (k_1 [MPa] i k_2 [MN – rysunek 6) w zakresie działania siły Q (od 100 do 200 [kN/oś])
- modelowanie toru metodą elementów skończonych jako belki spoczywającej na podłożu gruntowym [5,7,22,23,24]
- przyjęcie siły przekazywanej z koła na szynę
- przyjęcie długości braku kontaktu toru z podłożem (dla krótkiej długości braku kontaktu toru ze współpracującym podłożem)
- wykonanie obliczeń teoretycznych (ugięcia, naprężenie w szynie) dla przyjmowanych parametrów (np. siła działająca z koła pojazdu na szynę, współczynnik

Poissona czy moduł odkształcenia gruntu).

Wnioski końcowe

Na podstawie badań ugięć i naprężeń przeprowadzonych przy obciążeniu statycznym na torze niepodpartym można wyciągnąć następujące wnioski:

- brak kontaktu toru z podłożem (na krótkiej długości), istotnie i niekorzystnie wpływa na zmiany ugięć czy naprężeń w torze kolejowym
- możliwa jest identyfikacja istotnych parametrów toru i podłoża do obliczeń ugięć i naprężeń w szynie
- wskazano metodę identyfikacji parametrów jednoparametrowego (U [MPa]) i dwuparametrowego podłoża szynowego (k_1 [MPa] i k_2 [MN])
- zamieszczono wykresy umożliwiające wykonanie obliczeń teoretycznych dla innych przyjmowanych parametrów (np. siła działająca z koła pojazdu na szynę, współczynnik Poissona czy moduł odkształcenia gruntu)
- zaproponowany tok postępowania można wykorzystać jako algorytm obliczeń i analiz (dla krótkiej długości braku kontaktu toru ze współpracującym podłożem).

Materiały źródłowe

- [1] Bowe C.J., Mullarkey T.P.: Wheel-rail contact elements incorporating irregularities. Advances in Engineering Software, 2005, Vol. 36, Issues 11-12: 827-837, DOI: 10.1016/j.advengsoft.2005.03.026
- [2] Iwnicki S.D., Bevan A. J: Damage to Railway Wheels and Rails: A Review of the Causes, Prediction Methods, Reduction and Allocation of Costs. The International Journal of Railway Technology, 2012, Vol.

- 1, Issue 1: 121–146, DOI:10.4203/ijrt.1.1.6
- [3] Zaker J.A, Xia H, Fan J.J.: Dynamic response of train-track system to single rail irregularity. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 2009, Vol. 6, No. 2: 89-104
- [4] Guerrieri M., Parla G.: A new high-efficiency procedure for aggregate gradation determination of the railway ballast by means image recognition method. *Archives of Civil Engineering*, LIX, 4: 469–482, 2013, DOI:10.2478/ace-2013-0025
- [5] Bednarek Wł.: An influence of a generated track intentional irregularity on a static work of a railway track. *Archives of Civil Engineering*, vol. LXVII, issue 1, pp. 81-97, 2021, DOI: 10.24425/ace.2021.136462
- [6] Li D., E.T. Selig E.T.: Evaluation of Railway Subgrade Problems. *Transportation Research Record* 1489, ISSN 0361-1981, ISBN 0-309-06155-513
- [7] Bednarek W. A.: Full-Scale Field Experimental Investigation on the Intended Irregularity of CWR Track in Vertical Plane.. *Energies*, 2021, Vol. 14, 7477, pp. 1-29, <https://doi.org/10.3390/en14227477>
- [8] Nimbalkar S., Dash S.K., Indraratna B.: Performance of Ballasted Track under Impact Loading and Applications of Recycled Rubber Inclusion. *Geotechnical Engineering Journal of the SEAGS & AGSSEA* Vol. 49, No. 4, December 2018 ISSN 0046-5828, pp. 79-91
- [9] Xu Ch., Ito K., Hayano K., Momoya Y.: Combined effect of supported and unsupported sleepers on lateral ballast resistance in ballasted railway track. *Transportation Geotechnics*, Vol. 38, 2023, <https://doi.org/10.1016/j.trgeo.2022.100913>
- [10] Lundqvist, A.; Dahlberg, T.: Load impact on railway track due to unsupported sleepers. *Proc. Inst. Mech. Eng. Part F J. Rail Rapid Transp.* 2005, 219, 67–77, DOI:10.1243/095440905X8790
- [11] Augustin, S.; Gudehus, G.; Huber, G.; Schünemann, A. Numerical model and laboratory tests on settlement of ballast track. In *System Dynamics and Long-Term Behaviour of Railway Vehicles, Track and Subgrade*; Popp, K., Schiehlen, W., Eds.; Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 2003; pp. 317–336, DOI:10.1007/978-3-540-45476-2_19
- [12] Sysyn M., Przybylowicz M., Nabochenko O., Liu J.: Mechanism of Sleeper–Ballast Dynamic Impact and Residual Settlements Accumulation in Zones with Unsupported Sleepers. *Sustainability*, 2021, 13, 7740. <https://doi.org/10.3390/su13147740>
- [13] Sadeghi J., Zakeri J.-A., Kian A.R.T.: Effect of unsupported sleepers on rail track dynamic behaviour. *Sustainability* 2021, 13(14), 7740; <https://doi.org/10.3390/su13147740> (Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Transport (2018) 171 (5): 286–298, <https://doi.org/10.1680/jtran.16.00161>)
- [14] Zhang S., Xiao X., Wen Z., Jin X.: Effect of unsupported sleepers on wheel/rail normal load. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 28 (2008) 662–673; DOI:10.1016/j.soildyn.2007.08.006
- [15] Liu D., Su Ch., Zhang D., Lan C.: The Influence of an Unsupported Sleeper on the Vertical Bearing Characteristics of Heavy-Haul Railway Ballast. *Materials* 2024, 17, 1434. <https://doi.org/10.3390/ma17061434>
- [16] Drożdżel J., Sowiński B.: Method of track vertical stiffness estimation based on experiment. *The Archives of Transport*, Vol. XXII, No. 2, 2010, 153-162, DOI: 10.2478/v10174-010-0009-y
- [17] Teodoru, I.-B.; Muşat, V. The modified Vlasov foundation model: An attractive approach for beams resting on elastic supports. *Electronic Journal of Geotechnical Engineering*. 2010, Vol. 15, Bund. C, 1-13
- [18] Vallabhan, C.V.G.; Das, Y.C.: Parametric study of beams on elastic foundations. *Journal of the Engineering Mechanics Division*. 1988, Vol. 114, No. 12, 2072-2082, [doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1988\)114:12\(2072\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1988)114:12(2072))
- [19] Vallabhan, C.V.G.; Das, Y.C.: Modified Vlasov model for beams on elastic foundations. *Journal of Geotechnical Engineering*. 1991, Vol. 117, Issue 6, pp. 956-966, [doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9410\(1991\)117:6\(956\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1991)117:6(956))
- [20] Mullapudi, R.; Ayoub, A.: Nonlinear finite element modeling of beams on two-parameter foundations. *Computers&Geotechnics*. 2010, Vol. 37, Issue 3, 334-342, doi.org/10.1016/j.compgeo.2009.11.006
- [21] Khakiev Z., Kruglikov A., Lazorenko G.: Mechanical behavior of ballasted railway track stabilized with polyurethane: A finite element analysis. *Matec Web of Conference* 251, 04056 (2018), IPICSE-2018, <https://doi.org/10.1051/matec-conf/201825104056>
- [22] Kukulski J.: Badania doświadczalne i symulacyjne w ocenie jakości i trwałości elementów nawierzchni kolejowej. *Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Transport*, z. 188, Warszawa, 2017
- [23] Eisenberger, M.; Yankelevsky, D.Z.: Exact stiffness matrix for beams on elastic foundation. *Computers&Structures*. 1985, Vol. 21, Issue 6, 1355-1359, [doi.org/10.1016/0045-7949\(85\)90189-0](https://doi.org/10.1016/0045-7949(85)90189-0)
- [24] Teodoru, I.-B.; Muşat, V.: Beam Elements On Linear Variable Two-Parameter Elastic Foundation. *Buletinul Institutului Politehnic Din Iaşi, Tomul LIV(LVIII), Fasc. 2*, pp. 69-78, 2008