

Kształtowanie toru zwrotnego z nieliniową krzywizną w rozjeździe kolejowym dla zwiększonej prędkości

Shaping the turnout diverging track with nonlinear curvature for enhanced speed



Władysław Koc

Prof.dr hab.inż.

Politechnika Gdańska, Katedra
Transportu Szynowego i Mostów

kocwl@pg.edu.pl

Streszczenie: W pracy podjęto kwestię kształtowania zmiennej krzywizny w torze zwrotnym rozjazdu kolejowego. Na podstawie wcześniejszych badań jako modelowe przyjęto rozwiązanie posiadające w strefie środkowej łuk kołowy, a w strefach skrajnych odcinki krzywizny nieliniowej o jednakowej długości oraz zerową krzywiznę na początku i końcu rozjazdu. Dokonano wyboru najkorzystniejszego rodzaju krzywizny z punktu widzenia warunków kinematycznych. Przedstawiono analityczny zapis krzywizny i kąta nachylenia stycznej na długości toru zwrotnego oraz współrzędnych kartezjańskich tegoż toru. Końcowym etapem było wyznaczenie zbioru wartości podstawowych parametrów geometrycznych, odpowiadających zadanej prędkości jazdy pociągów oraz zapewniających minimalizację długości całego rozjazdu przy zadanej rzędnej końcowej.

Słowa kluczowe: Rozjazdy kolejowe; tor zwrotny; Modelowanie krzywizny; Dobór parametrów geometrycznych

Abstract: In the paper an attempt has been made to concentrate attention on shaping the variable curvature in the diverging track of the railway turnout. Making use of some earlier studies, solutions provided with a circular arc in the mid-zone, and in the extreme regions with segments of nonlinear curvature of equal length and zero curvature at the start and end of the turnout, have been assumed as models. The most advantageous choice of the type of curvature has been made taking into account the kinematic conditions. A presentation made includes an analytical record of the curvature and the tangent inclination angle in the diverging track length and the Cartesian coordinates of the track. The final part of the paper referred to the determination of a set of some basic magnitudes relating to geometric parameters appropriate for a given speed of trains and adequate to ensure the minimization of the length of the entire turnout at a given final ordinate.

Keywords: Railway turnouts; Diverging track; Curvature modelling; Selection of geometrical parameters

Wprowadzenie

Problematyka rozjazdów kolejowych jest rozwijana w wielu publikacjach [1, 2, 4, 18, 21, 23, 24], często odnoszących się do kolei dużych prędkości [3, 20, 25, 26]. Sama konstrukcja rozjazdu ulega ciągłym modyfikacjom, jednak nadal w typowym ukształtowaniu geometrycznym toru zwrotnego w rozjeździe zwyczajnym stosuje się pojedynczy łuk kołowy bez krzywych przejściowych. Takie rozwiązanie nie jest stosowane na szlakach kolejowych i oznacza konieczność ograniczenia prędkości jazdy pociągów. Wynika to z występowania miejsc gwałtownej, skokowej zmiany rzędnych wykresu krzywizny na początku

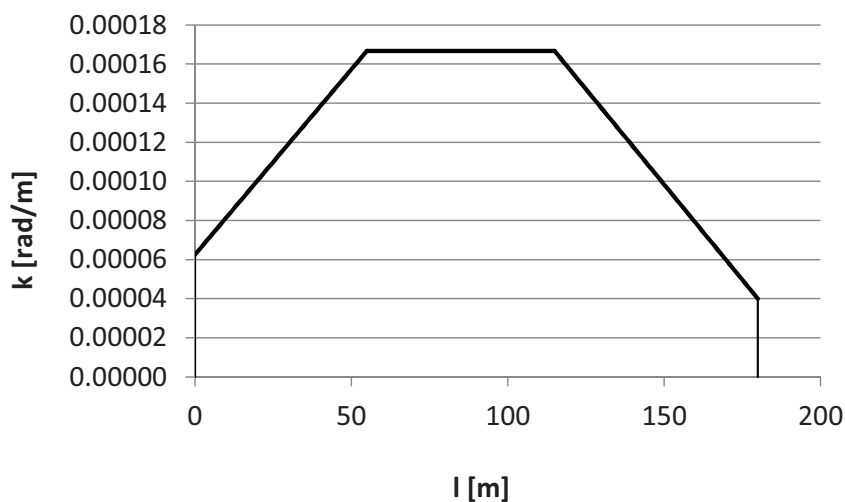
i końcu rozjazdu. W ostatnim okresie w niektórych krajach, w szczególności na kolejach dużych prędkości, dąży się do wyłagodzenia wykresu krzywizny w tych rejonach. Uzyskuje się to przez wprowadzenie tzw. „odcinków klotoidy” po obu stronach łuku kołowego, na których krzywizna zmienia się w sposób liniowy, często jednak nie osiągając w punktach skrajnych wartości zerowych [2, 3, 20, 25].

Długość toru zwrotnego zostaje tutaj podzielona na trzy strefy (rys. 1):

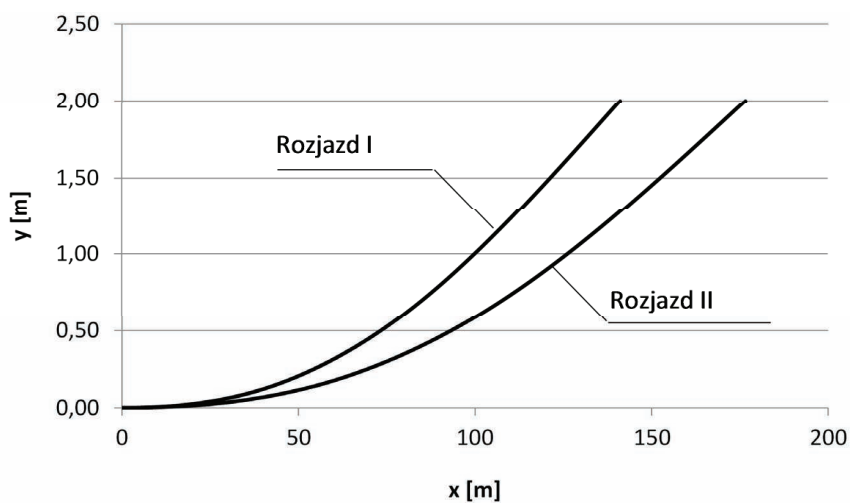
- strefę początkową o długości l_1 , posiadającą krzywiznę liniową,
- strefę środkową o długości l_2 , posiadającą krzywiznę ustaloną,
- strefę końcową o długości l_3 , posiadającą krzywiznę liniową.

Parametry kinematyczne określają wartość promienia łuku kołowego (czyli krzywiznę k_2) i długości odcinków o zmiennej krzywiznie dla zadanej prędkości jazdy pociągów. Oczywiście, możliwe są różne warianty rozwiązań, związane z wartościami krzywizny oraz długościami poszczególnych stref. Pozwala to również na dowolne kształtowanie skosu rozjazdu i jego rzędnej końcowej.

W pracy [8] przedstawiono analityczne rozwiązanie problemu dla omawianego przypadku. Zostały wyznaczone równania krzywizny $k(l)$ i kąta nachylenia stycznej $\Theta(l)$, gdzie parametr l określa położenie danego punktu na długości krzywej. Na tej



1. Wykres krzywizny z odcinkami krzywizny liniowej na długości toru zwrotnego rozjazdu ($R_1 = 16000$ m, $l_1 = 55$ m, $R_2 = 6000$ m, $l_2 = 60$ m, $l_3 = 65$ m, $R_3 = 25000$ m) [8]



2. Wykresy rzędnych poziomych na długości toru zwrotnego rozjazdów I i II z tab. 1 (w skali skażonej) [8]

podstawie określono równania parametryczne $x(l)$ i $y(l)$ dla strefy początkowej i strefy końcowej oraz równanie $y(x)$ dla strefy środkowej (tj. łuku kołowego). Stosując te równania można ustalić charakterystykę dowolnego rozjazdu posiadającego odcinki krzywizny liniowej.

Pozwoliło to, między innymi, wyjaśnić kwestię ukształtowania geometrycznego dwóch wybranych rozjazdów produkowanych przez firmę Voestalpine [20]:

- Rozjazd I:
Rz 60E1-10000/4000/∞-1:39,111
 $R_1 = 10000$ m, $l_1 = 37,500$ m, $R_2 = 4000$ m, $l_2 = 48,383$ m, $l_3 = 55,225$ m, $R_3 = \infty$
- Rozjazd II:
Rz 60E1-16000/6100/∞-1:47,833
 $R_1 = 16000$ m, $l_1 = 56,000$ m, $R_2 = 6100$ m, $l_2 = 58,0624$ m, $l_3 = 62,500$

$$m, R_3 = \infty$$

Wyniki obliczeń wielkości charakterystycznych toru zwrotnego obydwu rozjazdów przedstawiono w tab. 1, zaś wykresy rzędnych poziomych pokazano na rysunku 2.

W pokazanych przykładach mamy do czynienia z sytuacją, kiedy krzywizna na końcu układu geometrycznego przyjmuje wartość zerową. Przedstawione w pracy [8] rozwiązanie obejmuje więc również takie przypadki szczególne. Uzyskana rzędna końcowa $y_k = 2,000$ m wskazuje na to, że obydwa rozjazdy są przewidziane

do stosowania w połączeniach torów równoległych na szlaku, których rozstaw wynosi 4 m. W pracy [8] przedstawiono również metodę tworzenia zadanych rozwiązań geometrycznych – uzyskanie określonego skosu rozjazdu i określonej rzędnej końcowej toru zwrotnego.

Na X Konferencji Naukowo-Technicznej „Projektowanie, budowa i utrzymanie infrastruktury w transporcie szynowym” INFRASZYN 2017 przedstawiono modyfikację omawianego rozwiązania, polegającą na analitycznym rozwiązaniu problemu przy łagodzeniu krzywizny w skrajnych strefach rozjazdu [11]. Na rysunku 3 przedstawiono wykres krzywizny na długości toru zwrotnego rozjazdu posiadającego odcinki krzywizny nieliniowej, a charakterystyki liczbowe odpowiadające rozjazdowi z rysunku 1.

Analizie porównawczej poddano przypadki ogólne występujące na rysunkach 1 i 3 oraz odpowiadające przypadki z krzywizną zerową po obu stronach układu, powstałe po przyjęciu $k_1 = k_3 = 0$. Wykaz tych przypadków był następujący:

- rozjazd I (z odcinkami krzywizny liniowej)
 $R_1 = 16000$ m, $l_1 = 55$ m, $R_2 = 6000$ m, $l_2 = 60$ m, $l_3 = 65$ m, $R_3 = 25000$ m,
- rozjazd II (z odcinkami krzywizny liniowej)
 $R_1 = \infty$, $l_1 = 55$ m, $R_2 = 6000$ m, $l_2 = 60$ m, $l_3 = 65$ m, $R_3 = \infty$,
- rozjazd III (z odcinkami krzywizny nieliniowej)
 $R_1 = 16000$ m, $l_1 = 55$ m, $R_2 = 6000$ m, $l_2 = 60$ m, $l_3 = 65$ m, $R_3 = 25000$ m,
- rozjazd IV (z odcinkami krzywizny nieliniowej)
 $R_1 = \infty$, $l_1 = 55$ m, $R_2 = 6000$ m, $l_2 = 60$ m, $l_3 = 65$ m, $R_3 = \infty$.

Zbiorcze wykresy krzywizny toru zwrotnego na długości wymienio-

Tab. 1. Zestawienie wielkości charakterystycznych dla wybranych rozjazdów

	$l = l_1$			$l = l_1 + l_2$			$l = l_1 + l_2 + l_3$		
	$x(l)$ [m]	$y(l)$ [m]	$\theta(l)$ [rad]	$x(l)$ [m]	$y(l)$ [m]	$\theta(l)$ [rad]	$x(l)$ [m]	$y(l)$ [m]	$\theta(l)$ [rad]
I	37,499	0,105	0,00656	85,878	0,716	0,01866	141,088	2,000	0,02556
II	55,999	0,151	0,00634	114,058	0,795	0,01586	176,546	2,000	0,02098

nych rozjazdów pokazano na rysunku 4.

Omawiana problematyka była również podejmowana w pracach [9, 10, 12, 13].

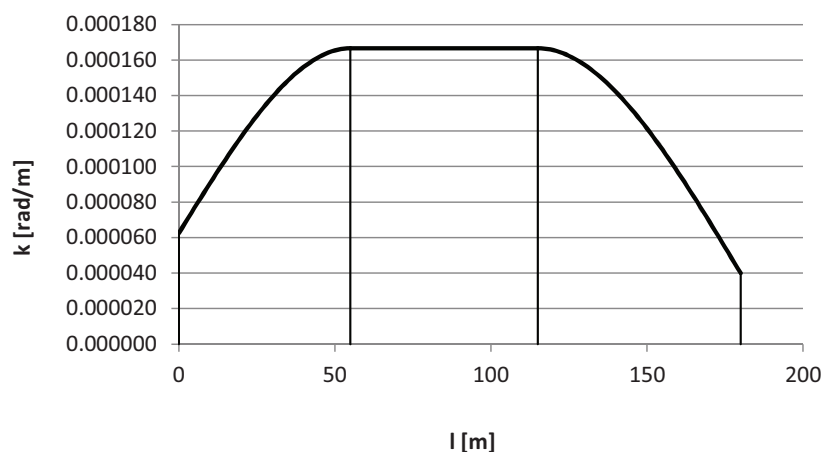
Poszukiwanie rozwiązania najkorzystniejszego

W tym miejscu narzuca się jednak kluczowe pytanie: jaki zestaw wartości charakteryzujących rozpatrywany rozjazd, tj. k_1 , k_2 i k_3 oraz l_1 , l_2 i l_3 , jest w danej sytuacji najkorzystniejszy? Liczbę możliwych wariantów zawęży w znacznym stopniu analiza dynamiczna przedstawiona w pracach [16, 17].

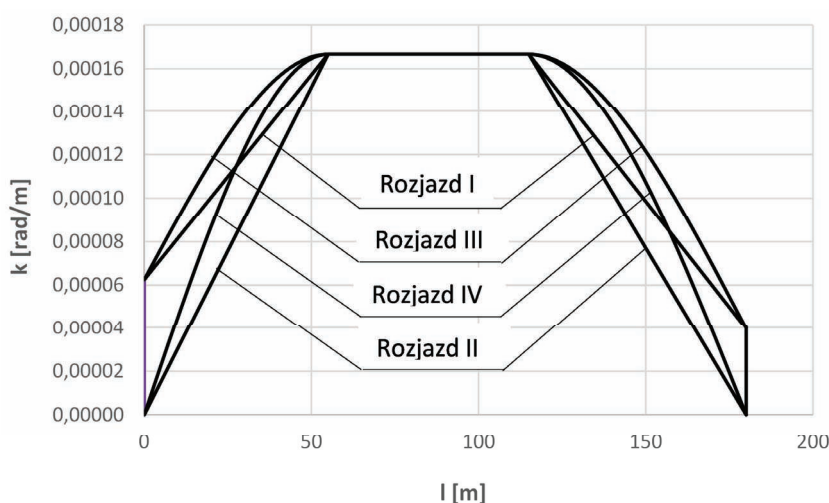
W analizie tej rozpatrzono kilkanaście przypadków zastosowania odcinków krzywizny liniowej i nieliniowej. Zdecydowanie najkorzystniejszym rozwiązaniem, tj. charakteryzującym się najmniejszymi wartościami oddziaływań dynamicznych (przyspieszeń), okazał się przypadek z odcinkami krzywizny nieliniowej o jednakowej długości oraz zerową krzywizną na początku i końcu rozjazdu. Na rysunku 5 przedstawiono przykładowy wykres krzywizny na długości toru zwrotnego rozjazdu dla tego właśnie przypadku. W porównaniu do wykresów modelowych na rysunkach 1 i 3 liczba wielkości sterujących występujących na rysunku 5 zmniejszyła się o połowę. Można też tutaj zmodyfikować podział długości toru zwrotnego rozjazdu na poszczególne strefy:

- strefę początkową, która ma długość l_1 oraz krzywiznę zmieniającą się nieliniowo od zera do wartości $k = 1/R$,
- strefę środkową, która ma długość l_2 oraz krzywiznę ustaloną o wartości $k = 1/R$,
- strefę końcową, która ma długość l_1 oraz krzywiznę zmieniającą się nieliniowo od wartości $k = 1/R$ do zera.

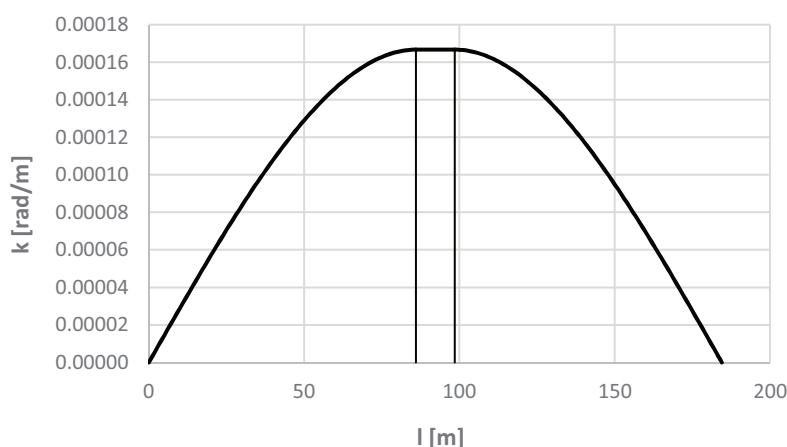
W niniejszej pracy przedstawiono pełne rozwiązanie omawianego problemu. Wymagało to określenia charakteru zmienności krzywizny w skrajnych strefach toru zwrotnego rozjazdu. Modelowanie odcinków zmiennej



3. Wykres krzywizny z odcinkami krzywizny nieliniowej na długości toru zwrotnego rozjazdu ($R_1 = 16000$ m, $l_1 = 55$ m, $R_2 = 6000$ m, $l_2 = 60$ m, $l_3 = 65$ m, $R_3 = 25000$ m) [11]



4. Wykresy krzywizny na długości toru zwrotnego porównywanych rozjazdów ($R_1 = 16000$ m, $l_1 = 55$ m, $R_2 = 6000$ m, $l_2 = 60$ m, $l_3 = 65$ m, $R_3 = 25000$ m) [11]



5. Korzystny wykres krzywizny z odcinkami nieliniowymi na długości toru zwrotnego rozjazdu ($k_1 = 0$, $l_1 = 86$ m, $k_2 = 1/6000$ rad/m, $l_2 = 12,484$ m, $l_3 = 86$ m, $k_3 = 0$) [17]

krzywizny na długości toru zwrotnego rozjazdu pozwala stworzyć jej zapis analityczny w postaci funkcji $k(l)$. Następnym etapem jest wyznaczenie zbioru wartości liczbowych R , l_1 i l_2 , odpowiadających zadanej prędkości jazdy pociągów oraz zapewniających minimalizację długości całego rozjazdu (przy zadanej rzędnej końcowej).

Równania współrzędnych szukanego połączenia możemy zapisać w postaci parametrycznej [5]:

$$x(l) = \int \cos \Theta(l) dl \quad (1)$$

$$y(l) = \int \sin \Theta(l) dl \quad (2)$$

Analityczne rozwiązanie problemu

Rozwiązanie problemu dla strefy początkowej

Zastosowanie odcinków krzywizny nieliniowej oznacza, że w strefie początkowej (dla $l \in <0, l_1>$) obowiązują następujące warunki brzegowe:

$$\begin{cases} k(0) = 0 & k(l_1) = k \\ k'(0) = C \frac{k}{l_1} & k'(l_1) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

równanie różniczkowe

$$k^{(4)}(l) = 0 \quad (4)$$

przy czym współczynnik liczbowy $C \geq 0$.

W wyniku rozwiązania problemu różniczkowego (3), (4) otrzymujemy następujące równanie krzywizny:

$$k(l) = \frac{Ck}{l_1} l - \frac{(2C-3)k}{l_1^2} l^2 + \frac{(C-2)k}{l_1^3} l^3 \quad (5)$$

a funkcja kąta nachylenia stycznej $\Theta(l)$ jest opisana zależnością

$$\Theta(l) = \frac{Ck}{2l_1} l^2 - \frac{(2C-3)k}{3l_1^2} l^3 + \frac{(C-2)k}{4l_1^3} l^4 \quad (6)$$

Na końcu strefy początkowej $\Theta(l_1) = ((6+C)/12)kl_1$.

Kwestia doboru wartości współczynnika C została rozpatrzona w pracy [12]. Dokonując wyboru najkorzystniejszej spośród krzywych parametrycznych, należy w pierwszym rzędzie kierować się kryterium najmniejszej wymaganej długości, limitowanej przez dopuszczalną wartość przyrostu przyspieszenia. Dla $C = 0$ (który to przypadek odpowiada krzywej Blossa) długość odcinka skrajnego musi być o 50% większa niż dla krzywizny liniowej. Natomiast najmniejsza wartość wydłużenia (tylko o 1/3) występuje dla $C = 1$. Przyjęcie takiej wartości współczynnika C prowadzi to do następujących równań funkcji $k(l)$ i $\Theta(l)$ dla strefy początkowej:

$$k(l) = \frac{k}{l_1} l + \frac{k}{l_1^2} l^2 - \frac{k}{l_1^3} l^3 \quad (7)$$

$$\Theta(l) = \frac{k}{2l_1} l^2 + \frac{k}{3l_1^2} l^3 - \frac{k}{4l_1^3} l^4 \quad (8)$$

Funkcja $\Theta(l)$ umożliwia wyznaczenie równań parametrycznych $x(l)$ i $y(l)$ dla tej strefy poprzez wykorzystanie zależności (1) i (2). Do rozwinięcia funkcji $\cos\Theta(l)$ i $\sin\Theta(l)$ w szereg Maclaurina wykorzystano program Maxima [19], a następnie scałkowano poszczególne wyrazy, uzyskując następujące równania parametryczne:

$$x(l) = l - \frac{k^2}{40l_1^2} l^5 - \frac{k^2}{36l_1^3} l^6 + \frac{5k^2}{504l_1^4} l^7 + \frac{k^2}{96l_1^5} l^8 + \left(\frac{k^4}{3456l_1^4} - \frac{3k^2}{864l_1^6} \right) l^9 \quad (9)$$

$$y(l) = \frac{k}{6l_1} l^3 + \frac{k}{12l_1^2} l^4 - \frac{k}{20l_1^3} l^5 - \frac{k^3}{336l_1^3} l^7 - \frac{k^3}{192l_1^4} l^8 + \frac{k^3}{2592l_1^5} l^9 \quad (10)$$

Na końcu strefy kąt nachylenia stycznej $\Theta(l_1) = (7/12)kl_1$.

W tym miejscu należy zaznaczyć, że przedstawione rozwiązanie odpowiada nowej postaci krzywej przejściowej, dostosowanej do kolejowych wymagań eksploatacyjnych, która została zaproponowana w pracach [14, 15].

Rozwiązanie problemu dla strefy środkowej

W strefie łuku kołowego, tj. dla $l \in <l_1, l_1 + l_2>$ występuje stała krzywizna

$$k(l) = k \quad (11)$$

a funkcja $\Theta(l)$ jest opisana zależnością

$$\Theta(l) = \frac{(C-6)k}{12} l_1 + kl \quad (12)$$

Na końcu łuku kołowego wartość kąta $\Theta(l)$ wynosi $\Theta(l_1 + l_2) = ((6+C)/12)kl_1 + kl_2$; dla współczynnika $C = 1$ wartość $\Theta(l_1 + l_2) = (7/12)kl_1 + kl_2$.

Równanie łuku kołowego można zapisać w postaci funkcji jawnej $y(x)$. Sposób jej wyznaczania jest tutaj analogiczny jak w pracach [6, 7]. Przyj-

mujemy długość łuku kołowego l_2 (mierzoną po samym łuku). Jego promień wynosi R , a nachylenie stycznej w punkcie początkowym $s_1 = \tan\Theta(l_1)$. Wyznaczamy najpierw współrzędne środka łuku – punktu $S(x_s, y_s)$.

$$x_s = x(l_1) - \frac{s_1}{\sqrt{1+s_1^2}} R \quad (13)$$

$$y_s = y(l_1) + \frac{1}{\sqrt{1+s_1^2}} R \quad (14)$$

Równanie łuku kołowego jest następujące:

$$y(x) = y_s - \sqrt{R^2 - (x_s - x)^2}, \quad x \in \langle x(l_1), x(l_1 + l_2) \rangle \quad (15)$$

Ponieważ kąt zwrotu stycznych łuku kołowego wynosi $\alpha = l_2/R$, wzór na kąt nachylenia stycznej do łuku na jego końcu, tj. dla $x(l_1 + l_2)$, można również zapisać jako $\Theta(l_1 + l_2) = \Theta(l_1) + \alpha$. Wynika stąd wartość nachylenia stycznej w tym punkcie $s_2 = \tan[\Theta(l_1) + \alpha]$. Współrzędne końca łuku kołowego są następujące:

$$x(l_1 + l_2) = x(l_1) + \tan \frac{\alpha}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{1+s_1^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+s_2^2}} \right) R \quad (16)$$

$$y(l_1 + l_2) = y(l_1) + \tan \frac{\alpha}{2} \left(\frac{s_1}{\sqrt{1+s_1^2}} + \frac{s_2}{\sqrt{1+s_2^2}} \right) R \quad (17)$$

Rozwiązanie problemu dla strefy końcowej

Przyjmujemy warunki brzegowe

$$\begin{cases} k(l_1 + l_2) = k & k(2l_1 + l_2) = 0 \\ k'(l_1 + l_2) = 0 & k'(2l_1 + l_2) = -C \frac{k}{l_1} \end{cases} \quad (18)$$

i równanie różniczkowe (4). Rozwiązanie problemu różniczkowego (4), (18) jest następujące:

$$k(l) = c_1 + c_2 l + c_3 l^2 + c_4 l^3 \quad (19)$$

gdzie

$$c_1 = \left[1 - \frac{3-C}{l_1^2} (l_1 + l_2)^2 - \frac{2-C}{l_1^3} (l_1 + l_2)^3 \right] k$$

$$c_2 = \left[\frac{2(3-C)}{l_1^2} (l_1 + l_2) - \frac{3(2-C)}{l_1^3} (l_1 + l_2)^2 \right] k$$

$$c_3 = - \left[\frac{3-C}{l_1^2} + \frac{3(2-C)}{l_1^3} (l_1 + l_2) \right] k$$

$$c_4 = \frac{2-C}{l_1^3} k$$

Równanie kąta nachylenia stycznej ma postać

$$\Theta(l) = c_0 + c_1 l + \frac{1}{2} c_2 l^2 + \frac{1}{3} c_3 l^3 + \frac{1}{4} c_4 l^4 \quad (20)$$

gdzie

$$c_0 = \left[\frac{C-6}{12} l_1 + \frac{3-C}{3l_1^2} (l_1 + l_2)^3 + \frac{2-C}{4l_1^3} (l_1 + l_2)^4 \right] k$$

Na końcu krzywej wartość kąta $\Theta(l)$ wynosi $\Theta(2l_1 + l_2) = ((6+C)/6)kl_1 + kl_2$; dla współczynnika $C = 1$ wartość $\Theta(2l_1 + l_2) = (7/6)kl_1 + kl_2$.

Dla $C = 1$ wartości współczynników liczbowych wynoszą:

$$c_0 = \left[-\frac{5}{12} l_1 + \frac{2}{3l_1^2} (l_1 + l_2)^3 + \frac{1}{4l_1^3} (l_1 + l_2)^4 \right] k$$

$$c_1 = \left[1 - \frac{2}{l_1^2} (l_1 + l_2)^2 - \frac{1}{l_1^3} (l_1 + l_2)^3 \right] k$$

$$c_2 = \left[\frac{4}{l_1^2} (l_1 + l_2) - \frac{3}{l_1^3} (l_1 + l_2)^2 \right] k$$

$$c_3 = - \left[\frac{2}{l_1^2} + \frac{3}{l_1^3} (l_1 + l_2) \right] k$$

$$c_4 = \frac{1}{l_1^3} k$$

Po rozwinięciu funkcji $\cos\Theta(l)$ i $\sin\Theta(l)$ w szereg Taylora z wykorzystaniem programu Maxima [19] i scałkowaniu poszczególnych wyrazów otrzymujemy równania parametryczne:

$$x(l) = x(l_0) + \cos\Theta_0 (l - l_0) - \frac{k}{2} \sin\Theta_0 (l - l_0)^2 - \frac{k^2}{6} \cos\Theta_0 (l - l_0)^3 + \frac{k^3}{24} \sin\Theta_0 (l - l_0)^4 + \frac{k^4}{120} \cos\Theta_0 (l - l_0)^5 \quad (21)$$

$$y(l) = y(l_0) + \sin\Theta_0 (l - l_0) + \frac{k}{2} \cos\Theta_0 (l - l_0)^2 - \frac{k^2}{6} \sin\Theta_0 (l - l_0)^3 - \frac{k^3}{24} \cos\Theta_0 (l - l_0)^4 + \frac{k^4}{120} \sin\Theta_0 (l - l_0)^5 \quad (22)$$

gdzie $l_0 = l_1 + l_2$, $\Theta_0 = \Theta(l_1 + l_2)$.

Tab. 2. Zestawienie wielkości charakterystycznych dla generowanych wariantów przy zwiększaniu promienia łuku kołowego

R [m]	l_1 [m]	l_2 [m]	lk [m]	$\Theta(lk)$ [rad]	n	$x(lk)$ [m]	$y(lk)$ [m]
1800	146	0	292	0,09463	10,53595	291,362	15,177
2000	131	0	262	0,07642	13,06067	261,627	11,002
2200	119	0	238	0,06319	15,82530	237,769	8,256
2400	109	0	218	0,05299	18,85520	217,851	6,350
2600	101	0	202	0,04532	22,04995	201,899	5,034
2800	94	0	188	0,03917	25,51886	187,930	4,049
3000	88	0	176	0,03422	29,20937	175,950	3,312
3200	82	0	164	0,02990	33,43951	163,964	2,696
3400	77	0	154	0,02642	37,83906	153,974	2,238
3600	73	0	146	0,02366	42,26217	145,980	1,900
3800	69	0	138	0,02118	47,19791	137,985	1,608
4000	66	0	132	0,01925	51,94164	131,988	1,397
4200	63	0	126	0,01750	57,12702	125,991	1,213
4400	60	0	120	0,01591	62,85184	119,993	1,050
4600	57	0	114	0,01446	69,16811	113,994	0,906
4800	55	0	110	0,01337	74,80074	109,995	0,809
5000	53	0	106	0,01237	80,85841	105,996	0,721

Obowiązuje przy tym podstawowa dla każdego rozjazdu zależność

$$\tan \Theta(2l_1 + l_2) = \frac{1}{n} \quad (23)$$

Analiza wartości promienia łuku kołowego

Zakładamy prowadzenie analizy dla prędkości jazdy pociągów $V = 140$ km/h. Dla zachowania dopuszczalnej wartości przyspieszenia niezrównoważonego $a_{dop} = 0,85$ m/s², w dalszych obliczeniach przyjmujemy jako wyjściowy promień łuku kołowego $R = 1800$ m. Przyjmując dopuszczalną wartość przyrostu przyspieszenia $\psi_{dop} = 0,3$ m/s³ (jak dla pojedynczych krzywych przejściowych o krzywiźnie liniowej), otrzymujemy – jako wyjściowe – długości odcinków skrajnych $l_1 = 146$ m.

Analiza wartości promienia łuku kołowego została przeprowadzona przy założeniu, że długość $l_2 = 0$. Oznacza to, że w torze zwrotnym rozjazdu część środkowa (czyli sam łuk kołowy) nie występuje, a parametr R odnosi się wyłącznie do odcinków skrajnych. Przyjęte założenie prowadzi oczywiście do skrócenia całego rozjazdu (czyli wartości l_k). Zwiększanie promienia R daje możliwość zmniejszenia długości

odcinków krzywizny nieliniowej. Skutki przeprowadzania tej operacji przedstawia tab. 2.

Dla przyjętych $R = 1800$ m i $l_1 = 146$ m otrzymujemy rozjazd o długości $l_k = 292$ m, skosie 1:10,53595 i rzędnej końcowej 15,177 m. Zwiększanie promienia R powoduje skrócenie całego rozjazdu oraz zmniejszenie zarówno jego rzędnej końcowej $y(l_k)$, jak i skosu 1: n (czyli zwiększenie wartości n). Jest to zatem operacja bardzo korzystna z punktu widzenia praktyki wykonawczej. Ponieważ jednak względy konstrukcyjne sprawiają, że rzędna końcowa toru zwrotnego i skos rozjazdu nie mogą być zbyt małe, istnieje górna granica, której wartość R nie powinna przekroczyć.

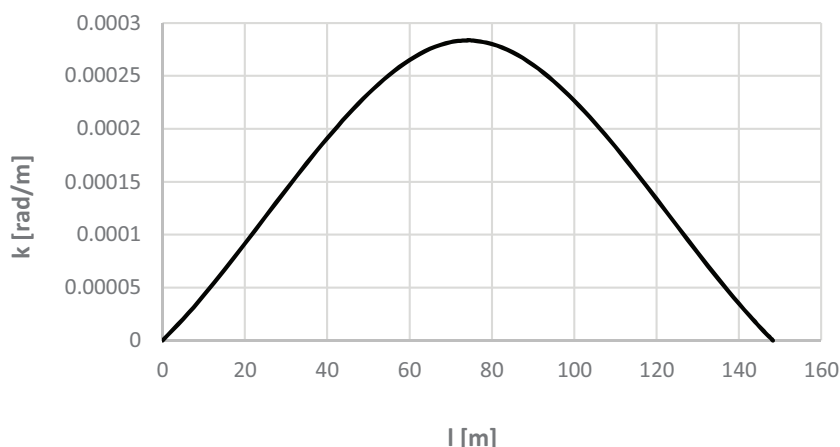
Uzyskanie wymaganej rzędnej końcowej toru zwrotnego rozjazdu

Zakładamy uzyskanie rzędnej końcowej $y(2l_1 + l_2) = 2$ m. Rozjazd o takiej rzędnej końcowej może znaleźć zastosowanie w połączeniu torów równoległych o rozstawie 4 m. Tok postępowania ma tutaj charakter iteracyjny. W tab. 3 przedstawiono warianty pozbawione strefy środkowej (dla $l_2 = 0$).

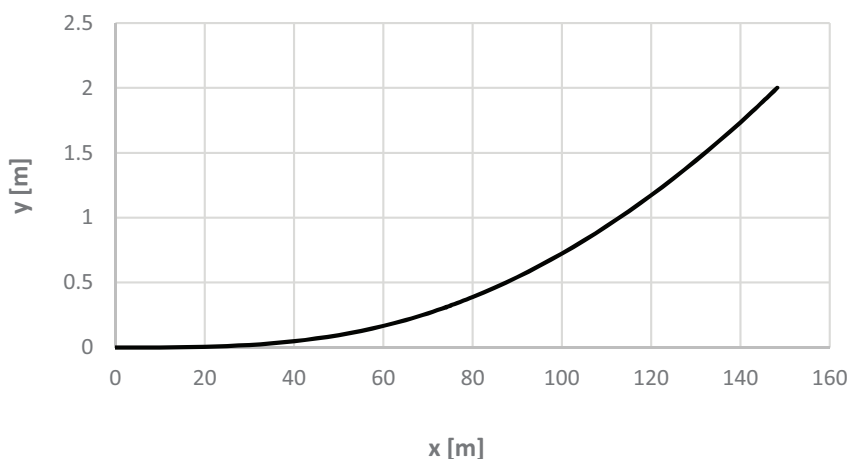
Dla przyjętych jako wyjściowe wartości $R = 1800$ m i $l_1 = 146$ m otrzymujemy rozjazd o długości $l_k = 292$ m, skosie 1:10,53595 oraz rzędnej końcowej

Tab. 3. Zestawienie wielkości charakterystycznych dla generowanych wariantów bez strefy środkowej dla uzyskania rzędnej końcowej 2 m

R [m]	l_1 [m]	l_2 [m]	lk [m]	$\theta(lk)$ [rad]	n	$x(lk)$ [m]	$y(lk)$ [m]
1800	146	0	292	0,09463	10,53595	291,362	15,177
2200	119	0	238	0,06311	15,82530	237,769	8,256
2600	101	0	202	0,04535	22,04995	201,899	5,034
3000	88	0	176	0,03422	29,20937	175,950	3,312
3400	77	0	154	0,02642	37,83906	153,974	2,238
3500	75	0	150	0,02500	39,99167	149,977	2,063
3600	73	0	146	0,02366	42,26217	145,980	1,900
3700	71	0	142	0,02239	44,66055	141,983	1,748
3510	74,48	0	148,96	0,02476	40,38610	148,938	2,028
3520	74,26	0	148,52	0,02461	40,62124	148,498	2,010
3530	74,05	0	148,1	0,02447	40,85226	148,078	1,993
3540	73,84	0	147,68	0,02433	41,08460	147,659	1,976
3525	74,16	0	148,32	0,02454	40,73384	148,298	2,0020
3526	74,14	0	148,28	0,02453	40,75640	148,258	2,0004
3527	74,12	0	148,24	0,02452	40,77897	148,218	1,9988
3528	74,1	0	148,2	0,02450	40,80155	148,178	1,9970
3526	74,133	0	148,266	0,02453	40,76025	148,244	2,000049
3526	74,132	0	148,264	0,02453	40,76080	148,242	1,999995
3526	74,131	0	148,262	0,02453	40,76135	148,240	1,999941



6. Wykres krzywizny na długości wyznaczonego toru zwrotnego rozjazdu ($R = 3526$ m, $l_1 = 74.133$ m, $l_2 = 0$)



toru zwrotnego równej 15,177 m. Tak, więc rzędna końcowa znacznie odbiega od wymaganej wartości 2 m. Jak się okazuje, podstawowym sposobem jej zmniejszenia jest zwiększenie promienia R . Stwarza to możliwość zmniejszenia długości odcinków skrajnych. W sposób iteracyjny dochodzimy do promienia $R \in \langle 3500; 3600 \rangle$ m i odpowiadającej długości $l_1 \in \langle 73; 75 \rangle$ m, dla których rzędna końcowa mieści się w przedziale $\langle 1,900; 2,063 \rangle$ m. Korygując dalej wartości R i l_1 uzyskujemy wymaganą rzędną końcową; przyjęty ostatecznie układ geometryczny rozjazdu posiada promień $R = 3526$ m i długości odcinków zmiennej krzywizny $l_1 = 74,133$ m.

Wykres krzywizny na długości wyznaczonego toru zwrotnego rozjazdu pokazano na rysunku 6, zaś wykres rzędnych toru zwrotnego w układzie współrzędnych prostokątnych na rysunku 7.

Z przeprowadzonej dalej analizy wynika, że uzyskanie założonej rzędnej końcowej przy wprowadzeniu strefy środkowej (tj. odcinka łuku kołowego) powoduje w każdym przypadku wydłużenie całego rozjazdu w stosunku do sytuacji przedstawionej w tab. 3. Dlatego też preferowanie takiego rozwiązania nie wydaje się celowe.

Podsumowanie

W torze zwrotnym typowego rozjazdu kolejowego (zwykajnego) stosuje się pojedynczy łuk kołowy bez krzywych przejściowych. Wskutek tego występują miejsca gwałtownej, skokowej zmiany rzędnych wykresu krzywizny na początku i końcu rozjazdu. W ostatnim okresie w niektórych krajach, dążąc do wygładzenia wykresu krzywizny w tych rejonach, wprowadza się tzw. „odcinki kłotojdy” po obu stronach łuku kołowego, na których krzywizna zmienia się w sposób liniowy.

Podsumowanie

W wyniku przeprowadzonej w pracach [16, 17] analizy dynamicznej wykazano, że najkorzystniejsze właściwości posiada tor zwrotny rozjazdu z nieliniowym przebiegiem krzywizny w strefie początkowej i strefie końcowej oraz zerowymi wartościami krzywizny w punktach skrajnych układu geome-

trycznego. Jednocześnie nasunęła się wątpliwość, czy ma swoje uzasadnienie występujące w praktyce wykonawczej stosowanie tzw. „odcinków kłotojdy” z niezerowymi wartościami krzywizny w punktach początkowym i końcowym toru zwrotnego.

W niniejszej pracy została przedstawiona analityczna metoda rozwiązania problemu, mająca charakter ogólny i pełny. Jako modelowe przyjęto rozwiązanie posiadające w strefie środkowej łuk kołowy, a w strefach skrajnych odcinki krzywizny nieliniowej o jednakowej długości. Dokonano wyboru najkorzystniejszego rodzaju krzywizny z punktu widzenia warunków kinematycznych. Przedstawiono analityczny zapis krzywizny i kąta nachylenia stycznej na długości toru zwrotnego rozjazdu oraz współrzędnych kartezjańskich tegoż toru.

Kończącą część pracy poświęcono analizie parametrów geometrycznych toru zwrotnego dla zadanej prędkości jazdy pociągów. Zaproponowana metoda projektowania pozwoliła na przeprowadzenie analizy wartości promienia łuku kołowego oraz uzyskania wymaganej rzędnej końcowej toru zwrotnego. Kierowano się przy tym kryterium minimalizacji długości całego rozjazdu przy zadanej rzędnej końcowej jego toru zwrotnego. ◀

Materiały źródłowe

[1] Alfí S., Bruni S.: Mathematical modelling of train-turnout interaction. *Vehicle System Dynamics*, Vol. 47, No. 5, pp. 551-574, 2009.

[2] Bugarin M. R., García Díaz-de-Villegas J. M.: Improvements in railway switches. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Rail and Rapid Transit*, Vol. 216, No. 4, pp. 275-286, 2002.

[3] Bugarin M., Orro A., Novales M.: Geometry of high speed turnouts. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, Dec. 2011, Vol. 2261, pp. 64-72, 2011.

[4] Esveld C.: *Modern railway track*, second ed. MRT-Productions, Zaltbommel, Netherlands, 2001.

[5] Koc W.: Design of rail-track geometric systems by satellite measurement. *Journal of Transportation Engineering*, Vol. 138, No. 1, pp. 114-122, 2012.

[6] Koc W.: Design of reverse curves adapted to the satellite measurements. *Advances in Civil Engineering*, Vol. 2016, Article ID 6503962.

[7] Koc W.: The analytical design method of railway route's main directions intersection area. *Open Engineering*, Vol. 6, No. 1, pp. 1-9, 2016.

[8] Koc W.: Kształtowanie toru zwrotnego rozjazdu z odcinkami krzywizny liniowej. *Problemy Kolejnictwa*, Tom 61, Zesz. 174, s. 39-46, 2017.

[9] Koc W.: Modelowanie zmiennej krzywizny na długości toru zwrotnego rozjazdu. *Przegląd Komunikacyjny*, Rok 72, Nr 8, s. 9-12, 2017.

[10] Koc W.: Shaping of the turnout diverging track with variable curvature sections. *International Journal of Rail Transportation*, Vol. 5, No. 4, pp. 229-249, 2017.

[11] Koc W.: Zastosowanie odcinków nieliniowej krzywizny w torze zwrotnym rozjazdu kolejowego. *Przegląd Komunikacyjny*, Rok 72, Nr 7, s. 27-31, 2017.

[12] Koc W.: Rozjazdy z nieliniową krzywizną toru zwrotnego dla różnych prędkości jazdy pociągów. *Problemy Kolejnictwa*, Tom 62, Zesz. 181, s. 33-41, 2018.

[13] Koc W.: Optimum shape of turnout diverging track with segments of variable curvature. *Journal of Transportation Engineering, Part A: Systems*, Vol. 145, Iss. 1, pp. 04018077, 2019.

[14] Koc W.: New transition curve adapted to railway operational requirements. *Journal of Surveying Engineering*, Vol. 145, Iss. 3, pp. 04019009, 2019.

[15] Koc W.: Wygładzona krzywa przejściowa dla dróg kolejowych. *Przegląd Komunikacyjny*, Rok 74, Nr 7, s. 12-17, 2019.

[16] Koc W., Palikowska K.: Dynamic analysis of the turnout diverging track for HSR with variable curva-

ture sections. *World Journal of Engineering and Technology*, Vol. 5, pp. 42-57, 2017.

[17] Koc W., Palikowska K.: Wyznaczenie optymalnej krzywizny toru zwrotnego w rozjazdach dla kolei dużych prędkości na podstawie analizy dynamicznej. *Przegląd Komunikacyjny*, Rok 72, Nr 10, s. 2-7, 2017.

[18] Lichtberger B.: *Track Compendium. Formation, Permanent Way, Maintenance, Economics*. Eurailpress Tetzlaff-Hestra GmbH & Co., Hamburg, Germany, 2005.

[19] Maxima, a Computer Algebra System. [Dostęp: 30 marca 2020], dostępny na <http://maksima.sourceforge.net>.

[20] Ping W.: *Design of high-speed railway turnouts. Theory and Applications*. Elsevier Science & Technology, Oxford, United Kingdom, 2015.

[21] Ping W., Xueyi L.: *Computing theories and design methods of CWR turnout*. Southwest Jiaotong University Press, Chengdu, China, 2007.

[22] Plank B.: *Linie dużych prędkości realizowane przez VAE*. Prezentacja firmy Voestalpine GmbH, 2007.

[23] Prasad A.: Turnout design: higher diverging speed in the same footprint. *Proceedings of the AREMA 2011 Annual Conference*, September 18-21, 2011, Minneapolis, USA.

[24] Sadeghi J., Masnabadi A., Mazraeh A.: Correlations among railway track geometry, safety and speeds. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers – Transport*, Vol. 169, No. 4, pp. 219-229, 2016.

[25] Technical Memorandum: *Alignment design standards for high-speed train operation*. Parsons Brinckerhoff for the California High-Speed Rail Authority, USA, 2009.

[26] Weizhu F.: Major technical characteristics of high-speed turnout in France. *Journal of Railway Engineering Society*, Vol. 26, No. 9, pp. 18-35, 2009.