

Współczynniki dynamiczne ugięć pionowych w analizie numerycznej belkowych mostów kolejowych

Numerical analysis of beam rail bridges - impact factors in the vertical deflection



Monika Podworna

Dr inż.

Politechnika Wrocławska, Katedra
Mechaniki Budowli i Inżynierii
Miejskiej

monika.podworna@pwr.edu.pl

Streszczenie: W pracy omówiono współczynniki ugięcia uzyskane w analizach dynamicznych układów BTT - most zespolony / nawierzchnia kolejowa podsypkowa / pociąg szybkiej (BTT). System BTT jest jednym z 5 mostów o rozpiętości od 15 m do 27 m zamodelowanych jako belki swobodnie podparte, obciążone pociągami ICE-3 poruszającymi się z dużymi prędkościami. Dwuwymiarowy, fizycznie nieliniowy model BTT uwzględnia m.in. lepkosprężyste zawieszenia pojazdów szynowych na dwuosioowych wózkach jezdnych oraz nieliniowy jednostronny kontakt zestawów kołowych z szyną według teorii Hertza, strefy dojazdowe do konstrukcji zespolonej. Układ BTT podzielono na podukłady obciążone pionowymi interakcjami przenoszonymi przez sprężyste lub lepkosprężyste oraz fizycznie liniowe lub nieliniowe więzy. Stosując równania Lagrange'a i agregację wewnętrzną podukładów dyskretyzowanych zgodnie z metodą elementów skończonych, otrzymano macierzowe równania ruchu podukładów, z jawnymi liniowymi stronami lewymi i niejawnymi nieliniowymi stronami prawymi, które scałkowano numerycznie metodą Newmarka z parametrami $\beta_N=1/4$, $\gamma_N=1/2$. Analizy skupiają się na wpływie losowych nierówności torów na odpowiedź dynamiczną systemów BTT.

Słowa kluczowe: Losowe Nierówności Toru; Kolejowe Mosty Zespolone; Pociąg Dużych Prędkości

Abstract: The impact factors in the vertical deflection obtained in dynamic analysis of BTT systems - bridged / track structure / high speed train (BTT) - are discussed. The BTT system is one of 5 bridges spanning from 15 m to 27 m, modelled as simply supported beams loaded by ICE-3 trains traveling at high speeds. The two-dimensional, physically non-linear BTT model includes: viscoelastic suspension of rail vehicles on two independent axle bogies and non-linear one-sided wheel-rail contact springs according to Hertz theory, access zones for composite construction. The BTT system was divided into subsystems loaded with vertical interactions transmitted by elastic or viscoelastic and physically linear or nonlinear constraints. Using Lagrange equations and internal aggregation of subsystems, discretised according to the finite element method, matrix equations of motion of the subsystems were obtained, with explicit linear left sides and nonlinear implicit right sides, which were integrated numerically using the Newmark method with parameters $\beta_N=1/4$, $\gamma_N=1/2$. The analysis focus on the effect of random track irregularities on the dynamic response of BTT systems.

Keywords: Random Vertical Track Irregularities; Composite Steel-Concrete Railway Bridge; High-Speed Train

W Polsce kolejowe mosty zespolone są projektowane zgodnie z normami [13 - 16] lub [6 - 7] oraz aktami prawnymi [23 - 24], specyfikacjami wymiennymi m.in. przez prof. K. Towpika [26]. Mosty na liniach kolejowych dużych prędkości (KDP) muszą być zaprojektowane (nowe), lub zmodernizowane (istniejące) w celu zapewnienia bezpieczeństwa ruchu pociągów oraz komfortu pasażerów. Przeprowadzone badania literatury potwierdziły, że jeden z głównych czynników wpływających na odpowiedź dynamiczną kolejowych konstrukcji inżynierskich to nieprawidłowości w nawierzchni kolejowej - nierówności torów [8,

27, 29], jak również nierównomierna sztywność podsypki ma wpływ na wyniki badań [1, 4, 5].

Modelowanie układu BTT

Układ BTT - most / nawierzchnia kolejowa / pociąg szybkiej (Bridge / Track structure / high-speed Train) składa się ze swobodnie podpartego przęsła mostu zespolonego, płyt przejściowych, toru bezstykowego dostosowanego do dużych prędkości eksploatacyjnych i szybkiej pociągu pasażerskiego. Przyjęto płaski model liniowy geometrycznie i nieliniowy fizycznie, składający się z podu-

kładów oddzielnie zamodelowanych. Rozpatruje się skończenie długi odkształcalny tor bezstykowy, obejmujący strefy pozaprzęsłowe, strefy przejściowe i strefę mostową. Tor poza tymi strefami jest nieodkształcalny i prostoliniowy.

Typoszereg mostów SCB (Symmetric Composite Bridge), szczegółowo opisany w pracy [21], został opracowany przez zespół M. Podworna i prof. M. Kłasztorny, a następnie zweryfikowany przez prof. Cz. Machelskiego. Typoszereg, uwzględniający wskazówki projektowe zawarte w pracy Karlikowski, Madaj, Wołowicki [10], składa się z 5 obiektów (SCB-15, SCB-18, SCB-

21, SCB-24, SCB-27) o kodach informujących o rozpiętości teoretycznej przęsła. Każdy z mostów ma w pełni symetryczny przekrój poprzeczny, przęsło jednotorowe, swobodnie podparte o prostoliniowej poziomej osi toru nieobciążonego.

Model pociągu odzwierciedla niemiecki pociąg szybkojezdny trzeciej generacji ICE-3 (Inter City Express) o maksymalnej prędkości eksploatacyjnej 300 km/h. Pociąg zbudowany jest przez Siemens Company, składa się z 8 pojazdów [9]. Pojazd szynowy został zamodelowany jako płaski rozszerzony model Matsuury mający dwa dwuosiowe wózki jezdne z liniowo lepkosprężystymi zawieszzeniami pierwszego i drugiego stopnia. Do mas modelujących zestawy kołowe zostały zamocowane pionowe jednostronne sprężyny o sztywności kontaktowej Hertza – patrz Lei, Noda [11]. Pojedynczy pojazd jest układem dyskretnym o 10 stopniach swobody - patrz Podwórna, Klasztorny [22].

Przyjęto, że płaszczyzna drgań pionowych układu BTT pokrywa się z płaszczyzną symetrii podłużnej układu. Model fizyczny układu most / tor jest symetryczny względem środka rozpiętości konstrukcji mostowej, z wyjątkiem nierówności toru, któ-

re są losowe – patrz rys. 1. Pionowe nierówności toru są opisane funkcją przestrzenną $r(x)$, która jest stacjonarnym ergodycznym procesem Gaussa opisanym przez funkcję gęstości widmowej mocy (PSD- Power Spectral Density) – patrz [22]: $S_{rr}(\Omega)$, przy czym $\Omega=2\pi/L_r$ [rad/m] jest częstością przestrzenną, natomiast L_r jest długością fali.

Funkcja $S_{rr}(\Omega)$ opracowana przez Federal Railroad Administration (FRA), ma postać [8]

$$S_{rr}(\Omega) = kA \frac{\Omega_c^2}{(\Omega^2 + \Omega_c^2)^2} \quad \left[\frac{\text{mm}^2 \text{m}}{\text{rad}} \right] \quad (1)$$

gdzie: k i Ω_c są stałymi, a współczynnik A [mm²rad/m] jest parametrem pionowych nierówności toru, w zależności od 1 – 6 linii kolejowych. W niniejszej pracy uwzględniono tylko lepsze linie o stopniach: 4 ($A=53.76$), 5 ($A=20.95$). Próby losowe profili pionowych nierówności toru zostały wygenerowane za pomocą metody Monte-Carlo, otrzymując formuły [11, 28]

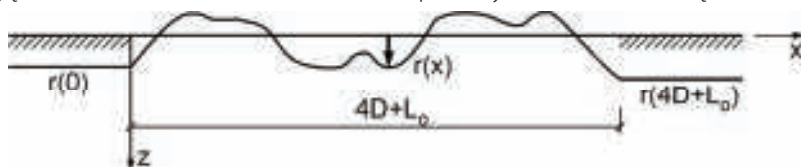
$$r(x) = 2 \sum_{i=1}^{N_r} \sqrt{S_{rr}(\Omega_i) \Delta \Omega} \cos(\Omega_i x + \varphi_i) \quad [\text{mm}]. \quad (2)$$

Aby otrzymać równania równowagi, układ BTT podzielono na podukłady (patrz rys. 2), w celu obciążenia ich od-

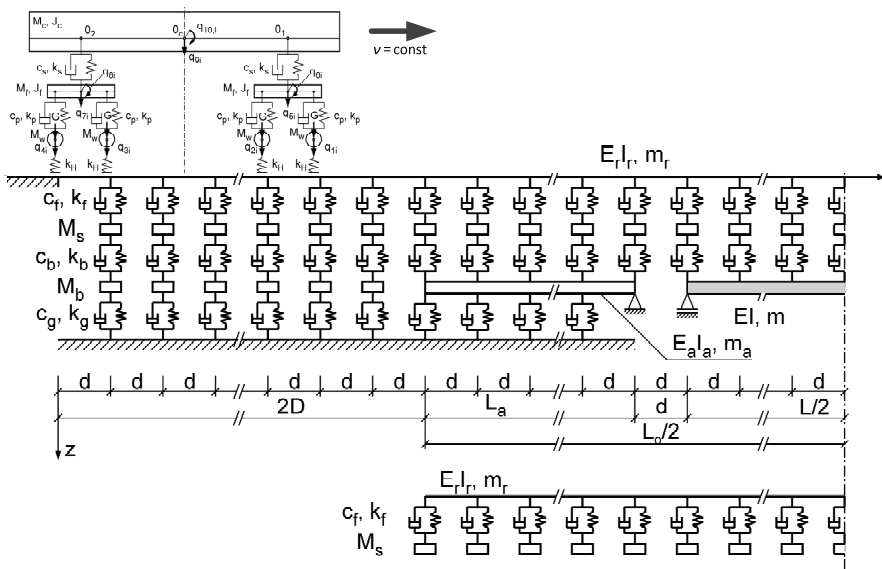
powiednimi siłami interakcji. Przyjęto kody od terminów angielskich:

- BS (**Bridge Superstructure**) – zespolona konstrukcja nośna mostu, która jest odwzorowana przez belkę odcinkowo przyzmatyczną, swobodnie podpartą, odkształcalną giętnie, symetryczną względem środka rozpiętości, z tłumieniem drgań konstrukcji nośnej opisanym modelem Rayleigha [3].
- LAS, RAS (**Left / Right Approach Slab**) – odpowiednio lewa i prawa płyta przejściowa, które są modelowane jako lepkosprężyste belki Eulera, podparte przegubowo odpowiednio na prawym / lewym końcu.
- LB i RB (**Left / Right Ballast – bed**) – lewa i prawa warstwa podsypki, modelowane przez dyskretne więzy nieliniowe sprężysto-tłumiące pod każdym podkładem. Masa podsypki jest granulowana poza mostem i płytami przejściowymi. Zbiór mas jest obciążonych przez siły interakcji przenoszonych przez podsypkę i podłoże gruntowe.
- SL (**Sleepers**) – podkłady, odwzorowane przez masy skupione drgające pionowo, obciążone zbiorem sił interakcji przenoszonych przez łączniki szyn z podkładami oraz przez podsypkę,
- OR (**Operating Rails**) – szyny główne - lepkosprężyste belki Eulera.
- SR (**Side Rails**) – szyny boczne – jak OR.
- $RV_i, i=1,2,\dots,N_v$ (**Railway Vehicle**) – pociąg, który składa się z ośmiu ($N_v=8$) pojazdów czterosiowych, modelowanych za pomocą rozszerzonego modelu Matsuury opisanego powyżej. Przyjęto, że pociąg porusza się ze stałą prędkością.

Wymienione belkowe podukłady, dyskretyzowane przy zastosowaniu elementów skończonych odkształcalnych giętnie (4DOF) o długości równej rozstawie podkładów (d), są obciążone odpowiednimi podzbiorami pionowych sił interakcji, przenoszonych przez więzy sprężyste bądź lepkosprężyste, liniowe bądź nieliniowe fizycznie.



1. Losowe nierówności pionowe toru w strefie $4D+L_0$ [22]



2. Płaski model fizyczny układu BTT (skala skażona)

Stosując równania Lagrange'a i agregację, otrzymuje się macierzowe liniowe równania ruchu poszczególnych podukładów z nieliniowymi fizycznie wektorami obciążeń uogólnionych zapisanymi w niejawniej postaci. Siły interakcji transformowane są na wektory obciążeń uogólnionych. Takie sformułowanie prowadzi do równań ruchu podukładów o stałych współczynnikach, co wielokrotnie skraca czas obliczeń numerycznych w porównaniu z modelem nieuwzględniającym sztywności kontaktowej Hertza [18, 19].

Drgania niestacjonarne układu BTT są opisane przez $8+N_v$ macierzowych równań ruchu, gdzie N_v jest liczbą ruchomych pojazdów szynowych. Sprzężenie tych równań jest ukryte w wektorach obciążeń uogólnionych wyrażonych przez siły interakcji. Szczegółowy opis modelowania matematycznego i fizycznego układu został opisany w pracy M. Podwórna, M. Klasztorny [22].

Otrzymane macierzowe równania ruchu podukładów należą do klasy równań różniczkowych zwyczajnych, liniowych, o stałych współczynnikach:

$$\mathbf{B}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{F}[\mathbf{R}(t), t] \quad (3)$$

gdzie:

B, C, K - macierze bezwładności, tłumienia i sztywności danego podukładu inercyjnego,

F[R(t), t] - wektor obciążeń uogólnionych tego podukładu, ogólnie zależny od wektora sił interakcji **R(t)** i zmiennej czasowej. W chwili początkowej pociąg ma stałą prędkość poziomą v i znajduje się na lewym nieodkształcalnym, prostoliniowym odcinku toru. Układ BTT znajduje się w stanie równowagi i został opisany tak, że każdemu podukładowi odpowiadają zerowe warunki początkowe

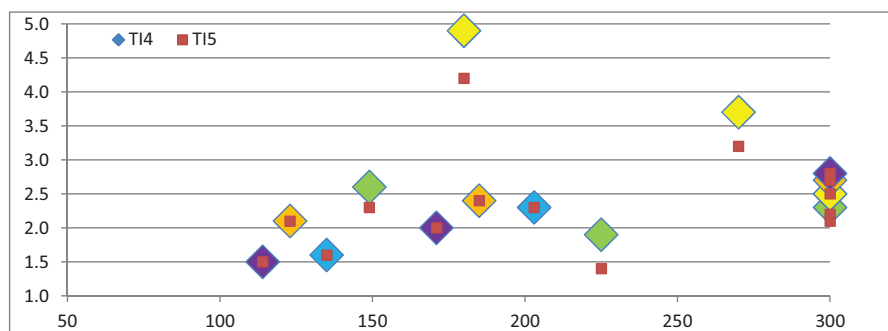
$$\mathbf{q}(0) = \mathbf{0}, \quad \dot{\mathbf{q}}(0) = \mathbf{0}. \quad (4)$$

Ponadto **F[R(0), 0] = 0**, a więc z równania (3) w chwili początkowej otrzymuje się

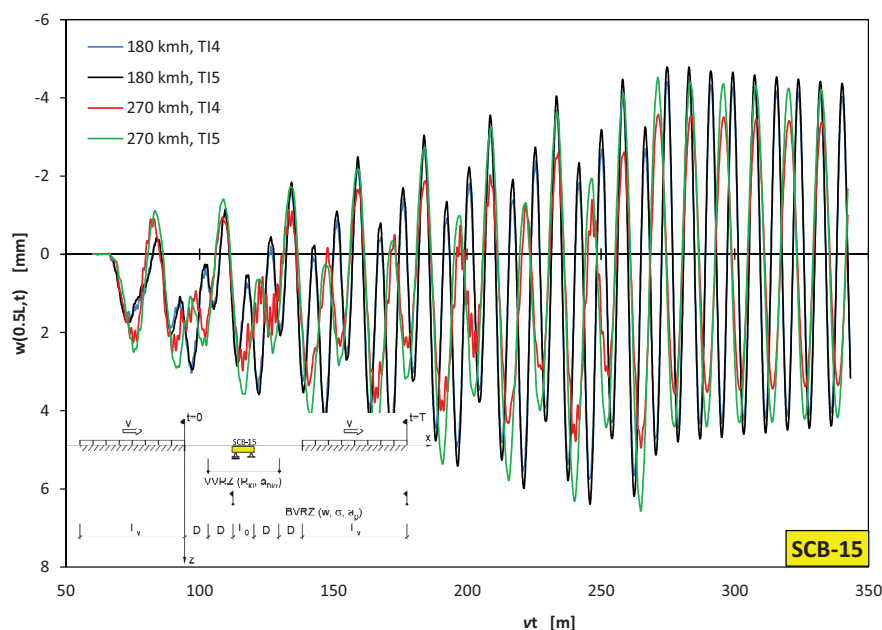
$$\ddot{\mathbf{q}}(0) = \mathbf{0}. \quad (5)$$

Tab. 1. Wielkości wynikowe – dynamiczne współczynniki ugięcia

v	[km/h]	φ_w (0.5L) dla T14	φ_w (0.5L) dla T15
SCB-15			
v_{11}	180	4,9	4,2
v_{21}	270	3,7	3,2
v_{max}	300	2,5	2,2
SCB-18			
v_{11}	149	2,6	2,3
v_{21}	225	1,9	1,4
v_{max}	300	2,3	2,1
SCB-21			
v_{11}	135	1,6	1,6
v_{21}	203	2,3	2,3
v_{max}	300	2,5	2,5
SCB-24			
v_{11}	123	2,1	2,1
v_{21}	185	2,4	2,4
v_{max}	300	2,7	2,7
SCB-27			
v_{11}	114	1,5	1,5
v_{21}	171	2,0	2,0
v_{max}	300	2,8	2,8



3. Wykres współczynników ugięcia dla typoszeregu mostów w zależności od prędkości



4. Przebieg czasowy dynamicznego ugięcia belki w środku rozpiętości mostu SCB-15

Niejawne macierzowe równania ruchu (3) są całkowane numerycznie z warunkami początkowymi (4,5) za pomocą metody średniego przyspieszenia Newmarka z parametrami $\beta_N=1/4$, $\gamma_N=1/2$, rozwiniętej do niejawnej postaci przedstawionej w pracy [18]. Należy zauważyć, że w przypadku jawnych równań, metoda ta jest bezwarunkowo stabilna. [20]

W pracy uwaga została skupiona na wielkości wynikowej - dynamicznym współczynniku ugięcia pionowego belki w środku rozpiętości mostu

$$\varphi_w(0.5L) = \frac{\max_t w(0.5L,t)}{\max_t w_s(0.5L,t)}, \quad (6)$$

gdzie:

$w(0.5L,t)$ - przebiegi czasowe dynamicznego ugięcia belki w środku rozpiętości mostu, dla prędkości eksploatacyjnych pociągu $v=100-300$ km/h, dla toru TI4, TI5, nierówności toru odpowiadające stopniom linii kolejowych $L_g=4,5$ (ustalone wartości współczynnika A zgodnie z American Railway Standard [8])

$w_s(0.5L,t)$ - przebiegi czasowe quasi-statycznego ugięcia belki w środku rozpiętości mostu, dla prędkości eksploatacyjnej pociągu $v=30$ km/h, dla toru gładkiego (NTI).

Analiza numeryczna

W pracy przeanalizowano wartości dynamicznych współczynników ugięć pionowych belek typoszeregu, w środku rozpiętości przęseł mostów dla 5 obiektów. W tabeli 1 zestawiono wyniki dla typoszeregu SCB dla dwóch rodzajów nierówności toru odpowiadającym stopniom linii kolejowych $L_g=4,5$. Na rys. 3 zilustrowano wyniki dla typoszeregu SCB-15, SCB-18, SCB-21, SCB-24, SCB-27, dla $L_g=4,5$ (TI4) dla przyjętych przewidywanych prędkości rezonansowych – patrz [21]. Na rysunku 4 przedstawiono przykładowy przebieg czasowy dynamicznego ugięcia belki w środku rozpiętości najkrótszego obiektu z typoszeregu dla dwóch prędkości oraz dla dwóch nierówności toru.

Wnioski

Na podstawie powyższej analizy, sformułowano następujące główne wnioski.

- Dla wszystkich trzech analizowanych prędkości, największe różnice współczynników $\varphi_w(0.5L)$ zarówno dla nierówności toru TI4, jak i TI5, występują w moście o rozpiętości teoretycznej 15m.
- Największą wartość współczynnika $\varphi_w(0.5L)$ zauważono w najkrótszym moście SCB-15 przy prędkości $v_{11}=180$ km/h dla toru o mniejszej równości (TI4).
- Porównując tor o nierówności mniejszej (TI5) - największa wartość współczynnika $\varphi_w(0.5L)$ jest również w moście SCB-15 przy prędkości $v_{11}=180$ km/h.
- Najmniejsza wartość współczynnika $\varphi_w(0.5L)$ występuje w moście SCB-18 przy prędkości $v_{21}=225$ km/h dla toru o większej równości (TI5).
- W mostach dłuższych nie zauważa się znacznej różnicy we współczynnikach pionowego ugięcia środkowej części przęsła w zależności od nierówności szyn kolejowych.
- W moście najkrótszym (SCB-15) jest wyraźna różnica współczynników pionowego ugięcia w środku rozpiętości mostu w zależności od rodzaju nierówności toru kolejowego.
- Obiekt o najmniejszej rozpiętości (SCB-15) prezentuje się najmniej korzystnie na tle całego typoszeregu z zakresem rozpiętości teoretycznej od 15m do 27m w powyższej analizie oraz w badaniach przeprowadzanych w zakresie innych kryteriów, np. komfortu pasażerów – patrz [17]. ◀

Materiały źródłowe

- [1] Andersen L., Nielsen S., Vibrations of a track caused by variation of the foundation stiffness, Probabilistic Engineering Mechanics, 2003. 18, 171–184.
- [2] Au F.T.K., Wang J.J., Cheung Y.K., Impact study of cable stayed railway bridges with random rail irregularities, Engineering Structures, 2002, 24, 529 – 541.
- [3] Bachmann H., Vibration problems in structures. Practical guidelines, Basel – Boston – Berlin, Birkhäuser, 1995.

- [4] Bryja D., Hołubowski R.: Wpływ dużych prędkości w analizie stochastycznych drgań mostu kolejowego z losowo zmienną sztywnością podsypki. Journal of Civil Engineering, Environment and Architecture, 2014, 31, 61, 2, 15-32.
- [5] Dahlberg T.: Railway track stiffness variations – consequences and counter-measures, International Journal of Civil Engineering, 2010, 8, 1, 1-12.
- [6] EN 1990. Eurokod: Podstawy projektowania konstrukcji.
- [7] EN 1991. Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje. Część 2: Obciążenia ruchome mostów.
- [8] Fryba L., A rough assessment of railway bridges for high speed trains, Engineering Structures, 2001, 23, 548 – 556.
- [9] http://www.hochgeschwindigkeitszuege.com/germany/index_ice_3.htm (2010)
- [10] Karlikowski J., Madaj A., Wołowicki W., Mostowe konstrukcje zespolone stalowo-betonowe, WKiŁ, Warszawa, 2007.
- [11] Lei X., Noda N.-A., Analyses of dynamic response of vehicle and track coupling system with random irregularity of track vertical profile, Journal Sound and Vibration, 2002, 258, 1, 147 – 165.
- [12] Ning J., Lin J. Zhang B., Time–frequency processing of track irregularities in high-speed train, Mechanical Systems and Signal Processing, 2016, 66-67, 339–348.
- [13] PN-82/S-10052. Obiekty mostowe. Konstrukcje stalowe. Projektowanie.
- [14] PN-85/S-10030. Obiekty mostowe. Obciążenia.
- [15] PN-91/S-10042. Obiekty mostowe. Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Projektowanie.
- [16] PN-EN15528 Kolejnictwo – Klasyfikacja linii.
- [17] Podworna M., Dynamic response of steel-concrete composite bridges loaded by high-speed train, Structural Engineering and Mechanics, 2017, 62, 2, 179-196.
- [18] Podworna M., Dynamics of a bridge beam under a stream of moving elements. Part 1 – Modelling and numerical integration, Structural

- Engineering and Mechanics, 2011, 38, 3, 283-300.
- [19] Podwórna M., Dynamics of a bridge beam under a stream of moving elements. Part 2 – Numerical simulations, Structural Engineering and Mechanics, 2011, 38, 3 301-314.
- [20] Podwórna M., Modelling of random vertical irregularities of railway tracks, International Journal of Applied Mechanics and Engineering, 2015, 20, 3, 663-671.
- [21] Podwórna M., Kłasztorny M., Vertical vibrations of composite bridge / track structure / high-speed train system. Part 1: Series-of-types of steel-concrete bridges, Bulletin of the Polish Academy of Science Technical Sciences, 2014, 62, 1, 165-179.
- [22] Podwórna M., Kłasztorny M., Vertical vibrations of composite bridge / track structure / high-speed train system. Part 2: Physical and mathematical modelling, Bulletin of the Polish Academy of Science Technical Sciences, 2014, 62, 1, 181-196.
- [23] Rozporządzenie Ministra Infrastruktury i Rozwoju z dnia 5 czerwca 2014 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budowle kolejowe i ich usytuowanie.
- [24] Rozporządzenie Ministra Transportu i Gospodarki Morskiej z dnia 10 września 1998 r. w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budowle kolejowe i ich usytuowanie.
- [25] Song M.-K., Noh H.-C., Choi C.-K., A new three dimensional finite element analysis model of high-speed train – bridge interactions, Engineering Structures, 2003, 25, 1611 – 1626.
- [26] Towpik K., Specyfika projektowania, eksploatacji oraz utrzymania dróg -kolejowych dużych prędkości (KDP), Nowoczesne Budownictwo Inżynieryjne, 2013, 88-91.
- [27] Xu L., Zhai W., Gao J., A probabilistic model for track random irregularities in vehicle/track coupled dynamics, Applied Mathematical Modelling, 2017, 51, 145–158.
- [28] Zhang Y.-W., Lin J.-H., Zhao Y., Howson D.P., Williams F.W., Symplectic random vibration analysis of a vehicle moving on an infinitely long periodic track, Journal of Sound and Vibration, 2010, 329, 4440 – 4454.
- [29] Zhi-wu Y., Jian-feng M., Feng-qi G., Wei G. Non-stationary random vibration analysis of a 3D train-bridge system using the probability density evolution method, 2016, Journal of Sound and Vibration, 366, 173-189.

REKLAMA



CZAS NA INNOWACYJNE BUDOWNICTWO

Oferujemy profesjonalne usługi z zakresu:

- budowy infrastruktury komunikacyjnej, sieci instalacyjnych i obiektów hydrotechnicznych,
- wykonywania pomiarów geodezyjnych, tworzenia map do celów projektowych, wytyczenia budynku i sieci.



W BUDOWNICTWIE WYBIERZ FIRME,
KTÓREJ MOŻESZ ZAUFAC

Zobacz, co już wybudowaliśmy
i dla kogo pracowaliśmy:
www.gm-roads.pl

Biuro:

ul. Krzemieniecka 47,
54-613 Wrocław

Budownictwo inżynieryjne:

tel.: (71) 300 12 40
e-mail: info@gm-roads.pl

Geodezja:

tel.: 697 660 932
e-mail: m.wozniak@gm-roads.com

Siedziba firmy:

ul. Wrocławska 41, Łażany
58-130 Żarów