

# Modelowanie zmiennej krzywizny na długości toru zwrotnego rozjazdu

## Modeling variable curvature on the turnout diverging track length



Władysław Koc

Prof. dr hab. inż.

Politechnika Gdańska, Katedra  
Transportu Szynowego i Mostów

kocwl@pg.gda.pl

**Streszczenie:** W pracy przedstawiono trzy warianty zastosowania zmiennej krzywizny na całej długości toru zwrotnego rozjazdu. Rozpatrzono przypadek krzywizny liniowej oraz dwa przypadki krzywizny nieliniowej: opisaną funkcją klasy  $C^1$  oraz funkcją klasy  $C^0$ . Jak się okazało, zastosowanie zarówno krzywizny liniowej, jak też opisaną funkcją klasy  $C^1$  prowadzi do konieczności znacznego (nawet dwukrotnego) wydłużenia toru zwrotnego rozjazdu w stosunku do rozjazdu bazowego. Krzywizna opisana funkcją klasy  $C^0$  okazała się pod tym względem zdecydowanie korzystniejsza, chociaż niezbędne wydłużenie rozjazdu jest nadal znaczne. W rozjazdach o zmiennej krzywiznie toru zwrotnego staje się możliwe elastyczne kształtowanie rzędnych poziomych poprzez manipulowanie skosem i promieniem rozjazdu. W pracy pokazano efekty takiego postępowania, którego celem było uzyskanie odpowiedniej wartości rzędnej końcowej.

**Słowa kluczowe:** Rozjazdy kolejowe; Modelowanie krzywizny; Analiza rzędnych poziomych

**Abstract:** The paper presents three variants of variable curvature application on the entire length of the turnout diverging track. One linear and two nonlinear curvature cases: described by the function of  $C^1$  and  $C^0$  class were considered. It turned out that both linear curve and the function of  $C^1$  class requires a significant (even twice) length of diverging track extending with respect to the base turnout. The curvature described by the function of class  $C^0$  proved to be far more favorable, although the necessary extension of the turnout is still considerable. In the turnouts with variable curvature of diverging track it is possible to shape the horizontal ordinates flexibly by manipulating the crossing angle and radius. The study shows the effects of such a procedure, the aim of which was to obtain an appropriate value of the final ordinate.

**Keywords:** Railway turnout; Modeling curvature; Horizontal ordinates analysis

W typowym, stosowanym od zarania kolejnictwa ukształtowaniu geometrycznym toru zwrotnego w rozjeździe kolejowym (zwykłym) stosuje się pojedynczy łuk kołowy (bez krzywych przejściowych). Skos rozjazdu  $1:n$  jednoznacznie określa kąt nachylenia stycznej na końcu toru zwrotnego (dla  $l = l_k$ ). Krzywizna łuku kołowego o promieniu  $R$  jest stała na całej długości i wynosi  $k = 1/R$  (w rad/m), a wyrażony w radianach kąt nachylenia stycznej  $\Theta(l) = \int k(l) dl = kl$ ,  $l \in <0, l_k>$ . Na tej podstawie można łatwo wyznaczyć długość klasycznego toru zwrotnego rozjazdu:

$$l_k = \frac{\text{atan}\frac{1}{n}}{k} = R \text{atan}\frac{1}{n} \quad (1)$$

Długość całego rozjazdu jest określona wzorem

$$a = 2R \tan\left(\frac{1}{2} \text{atan}\frac{1}{n}\right) \quad (2)$$

przeprowadzona wnikliwa analiza kinematyczna wybranych rozjazdów tego rodzaju

ju [4]. Zwrócono uwagę, że w przypadku standardowych rozjazdów zmiana eksploatowanego rozjazdu na rozjazd o większym promieniu w torze zwrotnym prowadzi najczęściej do konieczności zwiększenia rozstawu torów. W przypadku rozjazdów z odcinkami krzywizny liniowej – ze względu na indywidualny charakter ich projektowania – możliwe jest dostosowanie danego rozjazdu do wymagań lokalnych.

Należy jednak zaznaczyć, że nie jest to jedyna możliwość poprawy niekorzystnej sytuacji występującej w klasycznych rozjazdach. Dlatego też należy podejść do omawianego zagadnienia w sposób metodyczny, rozpatrując różne sposoby rozwiązania problemu. Jednocześnie trzeba sobie zdawać sprawę z tego, że każda modyfikacja rozkładu krzywizny w torze zwrotnym, przy zachowaniu istniejącego skosu rozjazdu, będzie powodować zwiększenie długości tego toru, aby mogła być zachowana wartość kąta  $\Theta(l_k)$ . W niniejszej pracy zostaną przedstawione trzy warianty

zastosowania zmiennej krzywizny (również nieliniowej) na całej długości toru zwrotnego. Do wyznaczania równań krzywizny oraz odpowiednich równań parametrycznych  $x(l)$  i  $y(l)$  zostanie wykorzystana metoda postępowania opisana w pracy [1].

### Krzywizna liniowa na całej długości toru zwrotnego (Wariant I)

Pierwszym rozpatrywanym przypadkiem będzie zastosowanie krzywizny liniowej na całej długości toru zwrotnego, czyli zastąpienie łuku kołowego dwiema krzywymi przejściowymi w postaci kłotoidy.

Dla przedziału  $l \in <0, l_k/2>$  przyjmujemy warunki:

$$\begin{cases} k(0) = 0 \\ k\left(\frac{l_k}{2}\right) = \frac{1}{R} \end{cases} \quad (3)$$

i równanie różniczkowe

$$k''(l) = 0 \quad (4)$$

Rozwiązanie problemu różniczkowego (3), (4) jest następujące:

$$k(l) = \frac{2}{R l_k} l \quad (5)$$

a równanie kąta nachylenia stycznej ma postać

$$\theta(l) = \frac{1}{R l_k} l^2 \quad (6)$$

Dla przedziału  $l \in < l_k/2, l_k >$  obowiązują warunki:

$$\begin{cases} k\left(\frac{l_k}{2}\right) = \frac{1}{R} \\ k(l_k) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

oraz równanie różniczkowe (4). W wyniku rozwiązania problemu różniczkowego (4), (7) otrzymujemy:

$$k(l) = \frac{2}{R} - \frac{2}{R l_k} l \quad (8)$$

oraz

$$\theta(l) = -\frac{l_k}{2R} + \frac{2}{R} l - \frac{1}{R l_k} l^2 \quad (9)$$

W punkcie końcowym toru zwrotnego, dla  $l = l_k$ , kąt nachylenia stycznej wynosi  $\theta(l_k) = l_k/2R$ . Wynika stąd wymagana długość toru zwrotnego

$$l_k = 2 R \operatorname{atan} \frac{1}{n} \quad (10)$$

Na rysunku 1 pokazano wykres krzywizny liniowej na całej długości toru zwrotnego rozjazdu Rz 1:14-760. Zastosowanie takiego rozwiązania wymagałoby wydłużenia toru zwrotnego do  $l_k = 108,388$  m, czyli podwojenia jego długości w stosunku do rozwiązania standardowego. Rzędne poziome osi toru zwrotnego (rys. 2) są opisywane

odpowiednimi równaniami parametrycznymi.

Przedział  $l \in < 0, l_k/2 >$

$$x(l) = l - \frac{l^5}{10 R^2 l_k^2} \quad (11)$$

$$y(l) = \frac{l^3}{3 R l_k} \text{ lub}$$

$$y(l) = \frac{l^3}{3 R l_k} - \frac{l^7}{42 R^3 l_k^3} \quad (12)$$

Przedział  $l \in < l_k/2, l_k >$ , równania: (13) i (14). Zastosowanie krzywizny liniowej na całej długości toru zwrotnego wymaga aż dwukrotnego zwiększenia jego długości, czyli podwojenia długości całego rozjazdu. Alternatywę mogłoby ewentualnie stanowić zachowanie takiej samej długości przez dwukrotne zmniejszenie promienia łuku kołowego. Praktyczne zastosowanie takiego rozwiązania wydaje się więc wątpliwe; pozostaje jeszcze możliwość skorygowania skosu rozjazdu.

### Zastosowanie krzywizny nieliniowej opisanej funkcją klasy C<sup>1</sup> na całej długości toru zwrotnego (Wariant II)

Kolejnym przypadkiem będzie zastosowanie na całej długości toru zwrotnego krzywizny nieliniowej, a konkretnie zastąpienie łuku kołowego dwiema krzywymi Blossa. Oznacza to wprowadzenie krzywizny opisanej funkcją klasy C<sup>1</sup>. Dla przedziału  $l \in < 0, l_k/2 >$  przyjmujemy warunki:

$$\begin{cases} k(0) = k'(0) = 0 \\ k\left(\frac{l_k}{2}\right) = \frac{1}{R} \\ k'\left(\frac{l_k}{2}\right) = 0 \end{cases} \quad (15)$$

i równanie różniczkowe

$$k^{(4)}(l) = 0 \quad (16)$$

Rozwiązanie problemu różniczkowego (15), (16) jest następujące:

$$k(l) = \frac{12}{R l_k^2} l^2 - \frac{16}{R l_k^3} l^3 \quad (17)$$

a równanie kąta nachylenia stycznej ma postać

$$\theta(l) = \frac{4}{R l_k} l^3 - \frac{4}{R l_k^3} l^4 \quad (18)$$

Dla przedziału  $l \in < l_k/2, l_k >$  obowiązują warunki (19):

$$\begin{cases} k\left(\frac{l_k}{2}\right) = \frac{1}{R} \\ k'\left(\frac{l_k}{2}\right) = 0 \\ k(l_k) = k'(l_k) = 0 \end{cases} \quad (19)$$

oraz równanie różniczkowe (12). W wyniku rozwiązania problemu różniczkowego (16), (19) otrzymujemy:

$$k(l) = -\frac{4}{R} + \frac{24}{R l_k} l - \frac{36}{R l_k^2} l^2 + \frac{16}{R l_k^3} l^3 \quad (20)$$

$$\text{oraz} \quad \theta(l) = \frac{l_k}{2R} - \frac{4}{R} l + \frac{12}{R l_k} l^2 - \frac{12}{R l_k^2} l^3 + \frac{4}{R l_k^3} l^4 \quad (21)$$

Jak się okazuje, kąt nachylenia stycznej w punkcie końcowym, dla  $l = l_k$ , jest taki sam, jak w przypadku krzywizny liniowej na całej długości toru zwrotnego, tj. określony wzorem (10). W tej sytuacji wymagana długość toru zwrotnego musi być również dwa razy większa niż w przypadku standardowym, przy stosowaniu łuku kołowego. Na rysunku 3 pokazano wykres krzywizny nieliniowej opisanej funkcją klasy C<sup>1</sup> na całej długości toru zwrotnego rozjazdu Rz 1:14-760.

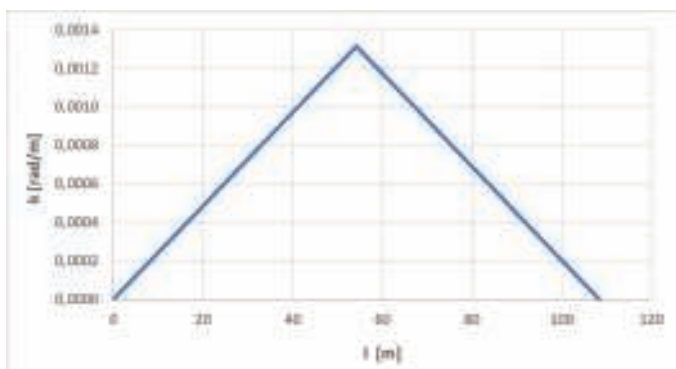
Podobnie jak w przypadku wariantu I, zastosowanie takiego rozwiązania wymagałoby wydłużenia toru zwrotnego do

$$x(l) = x\left(\frac{l_k}{2}\right) + \cos\left(\frac{l_k}{4R}\right) \left(l - \frac{l_k}{2}\right) - \frac{1}{2R} \sin\left(\frac{l_k}{4R}\right) \left(l - \frac{l_k}{2}\right)^2 - \frac{1}{6} \left[\frac{1}{R^2} \cos\left(\frac{l_k}{4R}\right) - \frac{2}{R l_k} \sin\left(\frac{l_k}{4R}\right)\right] \left(l - \frac{l_k}{2}\right)^3 + \frac{1}{24} \left[\frac{6}{R^2 l_k} \cos\left(\frac{l_k}{4R}\right) + \frac{1}{R^3} \sin\left(\frac{l_k}{4R}\right)\right] \left(l - \frac{l_k}{2}\right)^4 + \frac{1}{120} \left[\left(\frac{1}{R^4} - \frac{12}{R^2 l_k^2}\right) \cos A_{20} - \frac{12}{R^3 l_k} \sin\left(\frac{l_k}{4R}\right)\right] \left(l - \frac{l_k}{2}\right)^5 \quad (13)$$

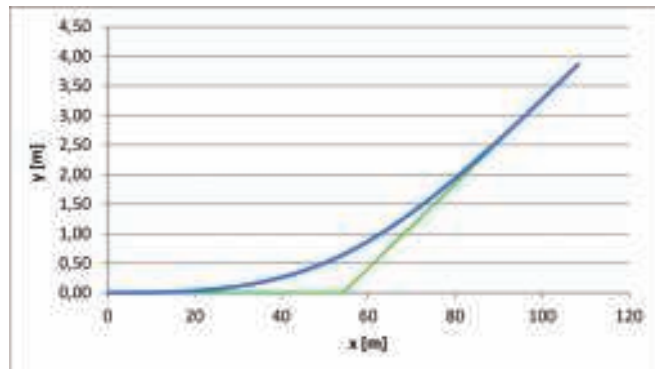
$$y(l) = y\left(\frac{l_k}{2}\right) + \sin\left(\frac{l_k}{4R}\right) \left(l - \frac{l_k}{2}\right) + \frac{1}{2R} \cos\left(\frac{l_k}{4R}\right) \left(l - \frac{l_k}{2}\right)^2 - \frac{1}{6} \left[\frac{2}{R l_k} \cos\left(\frac{l_k}{4R}\right) + \frac{1}{R^2} \sin\left(\frac{l_k}{4R}\right)\right] \left(l - \frac{l_k}{2}\right)^3 \quad (14)$$

$$x(l) = x\left(\frac{l_k}{2}\right) + \cos\left(\frac{l_k}{4R}\right) \left(l - \frac{l_k}{2}\right) - \frac{1}{2R} \sin\left(\frac{l_k}{4R}\right) \left(l - \frac{l_k}{2}\right)^2 - \frac{1}{6R^2} \cos\left(\frac{l_k}{4R}\right) \left(l - \frac{l_k}{2}\right)^3 + \frac{1}{24} \left(\frac{1}{R^3} + \frac{24}{R l_k^2}\right) \sin\left(\frac{l_k}{4R}\right) \left(l - \frac{l_k}{2}\right)^4 \quad (24)$$

$$y(l) = y\left(\frac{l_k}{2}\right) + \sin\left(\frac{l_k}{4R}\right) \left(l - \frac{l_k}{2}\right) + \frac{1}{2R} \cos\left(\frac{l_k}{4R}\right) \left(l - \frac{l_k}{2}\right)^2 - \frac{1}{6R^2} \sin\left(\frac{l_k}{4R}\right) \left(l - \frac{l_k}{2}\right)^3 - \frac{1}{24} \left(\frac{1}{R^3} + \frac{24}{R l_k^2}\right) \cos\left(\frac{l_k}{4R}\right) \left(l - \frac{l_k}{2}\right)^4 \quad (25)$$



1. Wykres krzywizny liniowej na całej długości toru zwrotnego rozjazdu Rz 1:14-760



2. Wykres funkcji  $y(x)$  dla toru zwrotnego rozjazdu Rz 1:14-760 o krzywiznie liniowej (w skali skażonej)

$l_k = 108,388$  m. Rzędne poziome osi toru zwrotnego są opisywane równaniami parametrycznymi.

Przedział  $l \in < 0, l_k/2 >$

$$x(l) = l - \frac{8}{7 R^2 l_k^4} l^7 + \frac{2}{R^2 l_k^5} l^8 - \frac{8}{9 R^2 l_k^6} l^9 \quad (22)$$

$$y(l) = \frac{1}{R l_k^2} l^4 - \frac{4}{5 R l_k^3} l^5 \quad (23)$$

Przedział  $l \in < l_k/2, l_k >$ , równania: (24) i (25).

W przeciwieństwie do wariantu I, poszczególne wyrazy wzorów opisujących współrzędne  $x(l)$  i  $y(l)$  w przedziale  $l \in < l_k/2, l_k >$  tylko w ograniczonym stopniu wykazują tendencję do zanikania; dotyczy to zwłaszcza funkcji  $y(l)$ . Dlatego być może w danym przypadku korzystniej będzie wyznaczać rzędne poziome za pomocą całkowania numerycznego.

### Zastosowanie krzywizny nieliniowej opisaną funkcją klasy $C^0$ na całej długości toru zwrotnego (Wariant III)

Kolejnym przypadkiem będzie zastosowanie na całej długości toru zwrotnego krzywizny nieliniowej opisaną funkcją klasy  $C^0$ .

Dla przedziału  $l \in < 0, l_k/2 >$  przyjmujemy warunki:

$$\begin{cases} k(0) = 0 & k\left(\frac{l_k}{2}\right) = \frac{1}{R} \\ k'(0) = \frac{C}{R l_k} & k'\left(\frac{l_k}{2}\right) = 0 \end{cases} \quad (26)$$

i równanie różniczkowe (16). Zakładamy, że współczynnik liczbowy  $C \geq 0$ . W wyniku rozwiązania problemu różniczkowego (16), (26) otrzymujemy

$$k(l) = \frac{C}{R l_k} l + \frac{4(3-C)}{R l_k^2} l^2 - \frac{4(4-C)}{R l_k^3} l^3 \quad (27)$$

Równanie kąta nachylenia stycznej ma postać

$$\theta(l) = \frac{C}{2 R l_k} l^2 + \frac{4(3-C)}{3 R l_k^2} l^3 - \frac{4-C}{R l_k^3} l^4 \quad (28)$$

Uzyskanie poprawnego rozwiązania wymaga przyjęcia odpowiedniej wartości parametru  $C$ . Funkcja krzywizny  $k(l)$  musi bowiem być funkcją monotoniczną, rosnącą dla  $l > 0$ ; wynika stąd warunek

$$k'(l) = \frac{C}{R l_k} + \frac{8(3-C)}{R l_k^2} l - \frac{12(4-C)}{R l_k^3} l^2 \geq 0 \quad (29)$$

Po wprowadzeniu zmiennej niemianowanej  $\xi = l/l_k$  warunek (29) możemy zapisać następująco:

$$C + 8(3-C)\xi - 12(4-C)\xi^2 \geq 0$$

Jednocześnie na wykresie krzywizny nie mogą występować punkty przegięcia, a wymagana wypukłość w górę wyznacza kolejny warunek

$$k''(l) = \frac{8(3-C)}{R l_k^2} - \frac{24(4-C)}{R l_k^3} l \leq 0 \quad (30)$$

Granice obszaru wyznacza zatem linia prosta, zaś podany warunek musi być spełniony na jej obu końcach. Po przekształceniu i wprowadzeniu zmiennej  $\xi$  otrzymujemy

$$8(3-C) - 24(4-C)\xi \leq 0, \quad \xi \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$$

W punkcie początkowym, dla  $\xi = 0$ ,  $8(3-C) \leq 0$ , stąd  $C \geq 3$ . Na końcu przedziału, dla  $\xi = 1/2$ ,  $8(3-C) - 12(4-C) \leq 0$ , stąd  $C \leq 6$ . Wynika stąd, że parametr  $C$  musi przyjmować wartości z przedziału  $C \in < 3; 6 >$ . Dla przedziału  $l \in < l_k/2, l_k >$  obowiązują warunki:

$$\begin{cases} k\left(\frac{l_k}{2}\right) = \frac{1}{R} & k(l_k) = 0 \\ k'\left(\frac{l_k}{2}\right) = 0 & k'(l_k) = -\frac{C}{R l_k} \end{cases} \quad (31)$$

i równanie różniczkowe (16). W wyniku rozwiązania problemu różniczkowego (16),

(31) otrzymujemy:

$$k(l) = -\frac{4-C}{R} + \frac{24-5C}{R l_k} l - \frac{4(9-2C)}{R l_k^2} l^2 + \frac{4(4-C)}{R l_k^3} l^3 \quad (32)$$

oraz

$$\theta(l) = \frac{4-C}{8R} l_k - \frac{4-C}{R} l + \frac{24-5C}{2R l_k} l^2 - \frac{4(9-2C)}{3R l_k^2} l^3 + \frac{4-C}{R l_k^3} l^4 \quad (33)$$

Z punktu widzenia rozpatrywanego problemu najkorzystniejszy jest przypadek  $C = 6$ , dla którego kąt  $\theta(l_k)$  jest największy i zbliżony do odpowiedniej wartości występującej w rozwiązaniu standardowym, gdzie  $\theta(l_k) = 1/(R) l_k$ . Dla tego przypadku obowiązują następujące zależności:

- w przedziale  $l \in < 0, l_k/2 >$

$$k(l) = \frac{6}{R l_k} l - \frac{12}{R l_k^2} l^2 + \frac{8}{R l_k^3} l^3 \quad (34)$$

$$\theta(l) = \frac{3}{R l_k} l^2 - \frac{4}{R l_k^2} l^3 + \frac{2}{R l_k^3} l^4 \quad (35)$$

- w przedziale  $l \in < l_k/2, l_k >$

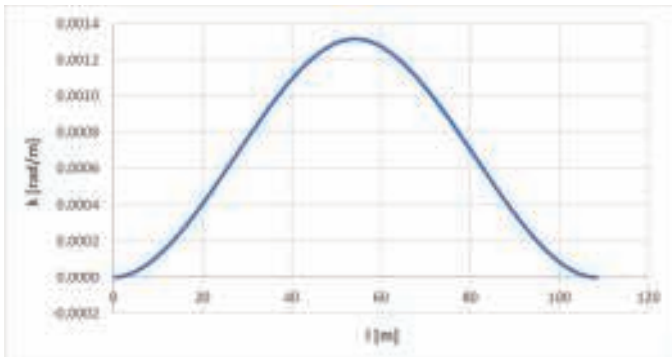
$$k(l) = \frac{2}{R} - \frac{6}{R l_k} l + \frac{12}{R l_k^2} l^2 - \frac{8}{R l_k^3} l^3 \quad (36)$$

$$\theta(l) = -\frac{1}{4R} l_k + \frac{2}{R} l - \frac{3}{R l_k} l^2 + \frac{4}{R l_k^2} l^3 - \frac{2}{R l_k^3} l^4 \quad (37)$$

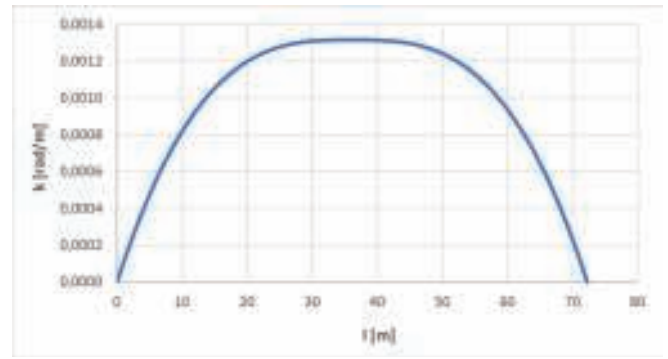
Ponieważ dla  $C = 6$ , przy zachowaniu istniejącego skosu rozjazdu, kąt nachylenia stycznej  $\theta(l_k) = 3/(4R) l_k$ , wymagana długość toru zwrotnego wynosi

$$l_k = \frac{4}{3} R \operatorname{atan} \frac{1}{n} \quad (38)$$

Na rysunku 4 pokazano wykres krzywizny nieliniowej opisaną funkcją klasy  $C^0$  (dla współczynnika  $C = 6$ ) na całej długości toru zwrotnego rozjazdu Rz 1:14-760. Zastosowanie takiego rozwiązania wymagałoby wydłużenia toru zwrotnego do  $l_k = 72,258$  m. Rzędne poziome osi toru zwrotnego są opisywane odpowiednimi równaniami



3. Wykres krzywizny nieliniowej opisanej funkcją klasy  $C^1$  na całej długości toru zwrotnego rozjazdu Rz 1:14-760



4. Wykres krzywizny nieliniowej opisanej funkcją klasy  $C^0$  (dla  $C=6$ ) na całej długości toru zwrotnego rozjazdu Rz 1:14-760

parametrycznymi. Do dalszych rozważań przyjęto rozwiązanie dla współczynnika  $C=6$ .

Przedział  $l \in < 0, l_k/2 >$

$$x(l) = l - \frac{9}{10 R^2 l_k^2} l^5 + \frac{2}{R^2 l_k^3} l^6 - \frac{2}{R^2 l_k^4} l^7 + \frac{1}{R^2 l_k^5} l^8 \quad (39)$$

$$y(l) = \frac{1}{R} l^3 - \frac{1}{R} l^4 + \frac{2}{5 R} l^5 \quad (40)$$

Przedział  $l \in < l_k/2, l_k >$

$$x(l) = x\left(\frac{l_k}{2}\right) + \cos\left(\frac{3 l_k}{8 R}\right) (l - l_{20}) - \frac{1}{2 R} \sin\left(\frac{3 l_k}{8 R}\right) (l - l_{20})^2 - \frac{1}{6 R^2} \cos\left(\frac{3 l_k}{8 R}\right) (l - l_{20})^3 \quad (41)$$

$$y(l) = y\left(\frac{l_k}{2}\right) + \sin\left(\frac{3 l_k}{8 R}\right) \left(l - \frac{l_k}{2}\right) + \frac{1}{2 R} \cos\left(\frac{3 l_k}{8 R}\right) \left(l - \frac{l_k}{2}\right)^2 - \frac{1}{6 R^2} \sin\left(\frac{3 l_k}{8 R}\right) \left(l - \frac{l_k}{2}\right)^3 \quad (42)$$

Wykres funkcji  $y(x)$  dla toru zwrotnego rozjazdu Rz 1:14-760 o krzywiznie nieliniowej opisanej funkcją klasy  $C^0$  przedstawiono na rysunku 5. Długość rozjazdu musiałaby wzrosnąć do  $a = 72,280$  m. Konieczność wydłużenia rozjazdu o 1/3 to w dalszym ciągu dużo, ale znacznie mniej niż w dwóch poprzednich przypadkach. Oczywiście można by zachować standardową długość układu, jednak wymagałoby to zmniejszenia promienia łuku kołowego o 25% (lub skorygowania skosu rozjazdu).

### Możliwości praktycznego wykorzystania uzyskanych rozwiązań

Zastosowanie zmiennej krzywizny na długości całego rozjazdu (w torze zwrotnym), przy zachowaniu jego skosu i promienia łuku, powoduje konieczność znacznego

zwiększenia długości rozjazdu. Jednak problem ten dotyczy w zasadzie rozjazdów wolno leżących. W połączeniach torów równoległych podstawową kwestię stanowi zachowanie odpowiedniego rozstawu torów. Decydującą rolę odgrywa tutaj rzędna końcowa toru zwrotnego, którą można kształtować manipulując skosem i promieniem rozjazdu. Uzyskany zapis analityczny stwarza przy tym bardzo szerokie możliwości.

Analizie poddano rozwiązania posiadające krzywiznę liniową na całej długości toru zwrotnego (Wariant I) oraz krzywiznę nieliniową opisaną funkcją klasy  $C^0$  dla współczynnika  $C=6$  (Wariant III). Zmieniając skos i promień rozjazdu (z czego wynikała jego długość  $l_k$ ) dążono do uzyskania rzędnej końcowej  $y(l_k) = 2$  m (czyli połowy typowego rozstawu torów na szlakach).

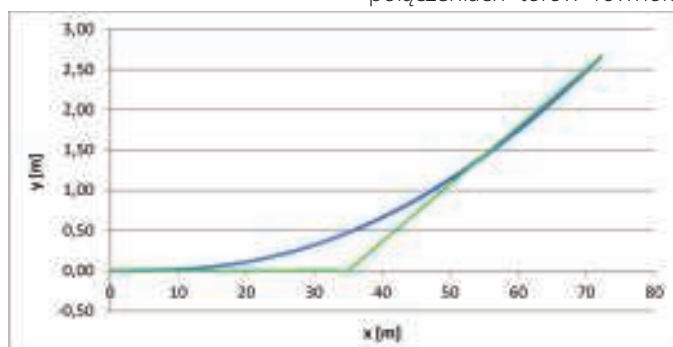
W tabeli 1 przedstawiono wybrane wyniki uzyskane w trakcie poszukiwań odpowiedniego rozwiązania dla wariantu I, a w tabeli 2 dla wariantu III. W obu przypadkach punkt wyjścia stanowił rozjazd Rz 1:14-760, w którym najpierw zmieniano promień  $R$  zachowując skos 1:n, następnie zmieniano skos zachowując promień, wreszcie na koniec zmieniano zarówno skos jak i promień. Wymaganą dokładną wartość rzędnej końcowej uzyskiwano przez uwzględnianie części ułamkowej w skosie rozjazdu. Na rysunkach 6 i 7 pokazano wszystkie rozwiązania końcowe, odpowiednio na podstawie tabel 1 i 2. Z przedstawionych danych wynika, że wymagana długość rozjazdu w

wariantie III jest zdecydowanie mniejsza niż ma to miejsce w wariantie I. Należy tutaj zaznaczyć, że rozwiązanie uzyskane w wariantie I przez zmniejszenie samego promienia  $R$  charakteryzuje się radykalnym ograniczeniem prędkości jazdy pociągów. W obu wariantach samo zwiększenie  $n$  prowadzi do znacznego wydłużenia rozjazdu. Dla wariantu I jednocześnie zmniejszenie  $R$  i zwiększenie  $n$  stanowi jedyną możliwość rozwiązania problemu.

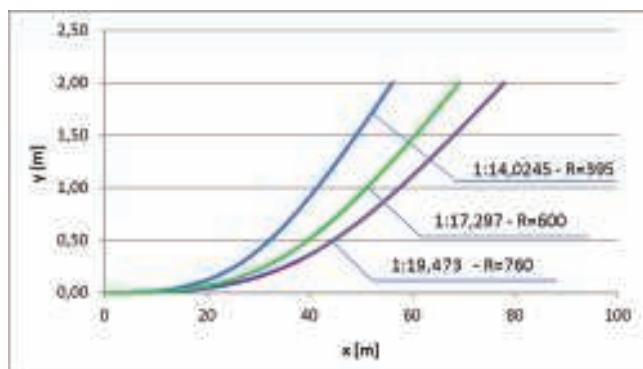
### Podsumowanie

W typowym, stosowanym od zarania kolejnictwa rozjeździe kolejowym (zwykłym) stosuje się pojedynczy łuk kołowy bez krzywych przejściowych. Wskutek tego występują tutaj miejsca gwałtownej, skokowej zmiany rzędnych wykresu krzywizny na początku i końcu rozjazdu. W ostatnim okresie w wielu krajach, dążąc do wygładzenia wykresu krzywizny w tych rejonach, wprowadza się tzw. „odcinki klotoidy” po obu stronach łuku kołowego, na których krzywizna zmienia się w sposób liniowy.

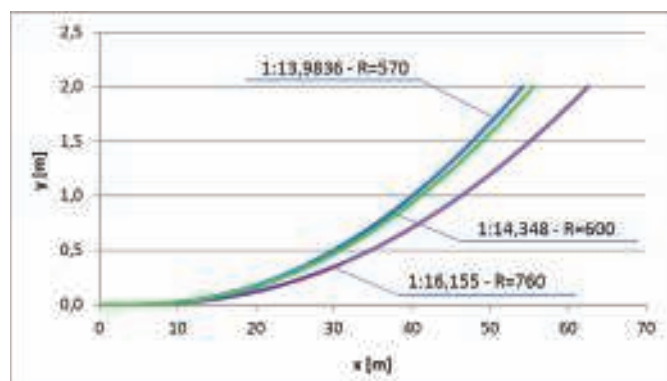
W przypadku standardowych rozjazdów zmiana eksploatowanego rozjazdu na rozjazd o większym promieniu w torze zwrotnym prowadzi najczęściej do konieczności zwiększenia rozstawu torów. W przypadku rozjazdów o zmiennej krzywiznie – ze względu na indywidualny charakter ich projektowania – możliwe jest dostosowanie danego rozjazdu do wymagań lokalnych. Jest to szczególnie istotne w połączeniach torów równoległych, gdzie



5. Wykres funkcji  $y(x)$  dla toru zwrotnego rozjazdu Rz 1:14-760 o krzywiznie nieliniowej opisanej funkcją klasy  $C^0$  (w skali skażonej)



6. Wykresy funkcji  $y(x)$  dla toru zwrotnego rozjazdu przy założonej wartości rzędnej końcowej (na podstawie tabeli 1, w skali skażonej)



7. Wykresy funkcji  $y(x)$  dla toru zwrotnego rozjazdu przy założonej wartości rzędnej końcowej (na podstawie tabeli 2, w skali skażonej)

Tab. 1. Wybrane wyniki uzyskane w trakcie poszukiwań odpowiedniego rozwiązania dla wariantu I

Promień $R$ [m]	Skos rozjazdu $n$	Długość toru zwrotnego $l_k$	Rzędna końcowa $y(l_k)$
760	14	108,387	3,862
500	14	71,307	2,541
400	14	57,046	2,032
395	14	56,333	2,007
395	14,0245	56,235	2,000
760	17	89,309	2,622
760	20	75,937	1,896
760	19	79,926	2,101
760	19,5	77,870	1,994
760	19,473	77,988	2,000
600	16	74,903	2,336
600	17	70,507	2,070
600	17,2	69,689	2,023
600	17,3	69,287	1,999
600	17,297	69,299	2,000

Tab. 2. Wybrane wyniki uzyskane w trakcie poszukiwań odpowiedniego rozwiązania dla wariantu III

Promień $R$ [m]	Skos rozjazdu $n$	Długość toru zwrotnego $l_k$	Rzędna końcowa $y(l_k)$
760	14	72,258	2,660
600	14	57,046	2,100
550	14	52,292	1,925
570	14	54,194	1,995
570	13,9836	54,257	2,000
760	15	67,456	2,319
760	15,5	65,286	2,172
760	16	63,251	2,039
760	16,1	62,859	2,014
760	16,155	62,646	2,000
600	15	53,255	1,831
600	14,5	55,085	1,959
600	14,4	55,467	1,986
600	14,3	55,853	2,014
600	14,348	55,667	2,000

podstawową kwestię stanowi zachowanie odpowiedniego rozstawu torów. Decydującą rolę odgrywa tutaj rzędna końcowa toru zwrotnego. W pracy przedstawiono trzy warianty rozwiązania problemu, charakteryzujące się zmienną krzywizną na

całej długości toru zwrotnego rozjazdu. Rozpatrzono przypadek krzywizny liniowej oraz dwa przypadki krzywizny nieliniowej: opisanej funkcją klasy  $C^1$  oraz funkcją klasy  $C^0$ . Jak się okazało, zastosowanie zarówno krzywizny liniowej, jak też opisanej funkcją

klasy  $C^1$  prowadzi do konieczności znacznego (nawet dwukrotnego) wydłużenia toru zwrotnego rozjazdu w stosunku do rozjazdu bazowego. Krzywizna opisana funkcją klasy  $C^0$  okazała się pod tym względem zdecydowanie korzystniejsza, chociaż niezbędne wydłużenie rozjazdu jest nadal znaczne. W takiej sytuacji należałoby się zastanowić nad zastosowaniem zmiennej krzywizny w sposób ograniczony, pozostawiając fragment łuku kołowego na długości toru zwrotnego rozjazdu.

W rozjazdach o zmiennej krzywiznie toru zwrotnego staje się możliwe elastyczne kształtowanie rzędnych poziomych poprzez manipulowanie skosem i promieniem rozjazdu. W pracy pokazano efekty takiego postępowania, którego celem było uzyskanie odpowiedniej wartości rzędnej końcowej. ◀

## Materiały źródłowe

- [1] Koc W.: Analytical method of modelling the geometric system of communication route. *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2014, Article ID 679817, 2014.
- [2] Nowakowski M.J.: Rozjazdy do dużych prędkości o zmiennej krzywiznie toru zwrotnego. *Przegląd Komunikacyjny* 2011, nr 9-10, s. 88-91.
- [3] Omieczynski P.: Analiza oraz wykorzystanie rozjazdów o zmiennej krzywiznie toru zwrotnego. Praca dyplomowa, Politechnika Gdańska 2016.
- [4] Plank B.: Linie dużych prędkości realizowane przez VAE. Prezentacja firmy Voestalpine GmbH, 2007.
- [5] Technical Memorandum: Alignment design standards for high-speed train operation. Prepared by Parsons Brinckerhoff for the California High-Speed Rail Authority, USA, 2009.
- [6] Wang P.: Design of high-speed railway turnouts. *Theory and Applications*. Academic Press, Published by Elsevier Inc., 2015.